

항공기 제한주기진동 예측을 위한 비압축성/압축성 유동의 POD 기반 축소차수모델 개발

Development of an Aircraft LCO Analysis via POD-ROM for Incompressible/Compressible Fluids

1. 서론

항공기는 높은 공기역학적 효율을 추구하면서 점점 얇은 날개를 가지게 되었다. 이러한 얇은 날개는 변형과 공력탄성학적 불안정으로 이어지게 되고 이에 따른 공력탄성학적 해석의 중요성이 증대되고 있는 실정이다. 본 논문에서는 flutter 및 LCO 현상을 예측하기 위한 해석기법들을 개발하였다. 먼저 flutter예측을 위해 Theodorsen 이론과 DLM기법을 개발하고 Theodorsen 이론을 사용하여 조종면의 유격을 고려한 2차원 날개 단면의 시간 영역 LCO 예측 기법을 개발하였다. 더 나아가, 시간 영역 고 정밀 해석을 효율적으로 수행하기 위한 비압축성/압축성 유체의 축소차수모델을 개발하였다. 이 과정에서 제어함수기법을 도입하고 구조물의 대 변위를 고려하기 위해 ALE 비압축성 Navier-Stokes 방정식에 대한 축소차수모델을 정립하였다. 마지막으로 축소차수모델의 정확성을 증대시키기 위해 계수 보정 기법을 적용하였다.

2. 수치 해석 기법

-Theodorsen 이론

Theodorsen 이론은 2차원 날개 단면에 대하여 해석이 수행된다. 이는 선형화된 포텐셜 이론을 기반으로 조화운동 가정하에 비정상 공력을 해석하며 이 단진동은 충분히 작아 섭동으로 가정할 수 있을시, 비정상 공력으로 나타낼 수 있다⁽¹⁾.

-Doublet lattice method

DLM 역시 선형화된 2차원 포텐셜 방정식을 사용한다. 등엔트로피, 비점성, 비회전 이상기체에서 속도포텐셜에 대한 포텐셜 방정식을 doublet solution을 사용하여 푼다. 본 논문에서 사용된 DLM은 Rodden's method에 기반하여 구현되었으며 이는 일반적인 DLM에 비하여 공력 격자의 세장비와 개수에 덜 민감하다⁽²⁾. Rodden's method는 AIC 행렬에 일반적인 parabolic approximation 대신 quartic approximation을 사용한다.

-주파수 영역에서의 해석 k-, p-k method

K-method는 다른 flutter 해석기법들에 비해 매우 직관적이고 간단하기 때문에 계산 시간, 복잡도와 같은 측면에서 매우 유리하다. 하지만 divergence를 해석할 수 없으며 matched-point flutter 해석을 할 수 없다. 그에 비하여 p-k method는 k-method보다 많은 계산자원을 필요로 하지만, 속도에 대하여 해석이 진행되기 때문에 matched point flutter해석이 가능하며 현실에 가까운(rather-true) 감쇠비를 나타낸다.

-비압축성 Navier-Stokes 방정식에 대한 축소차수 모델

비압축성 Navier-Stokes 방정식에 대한 축소차수모델은 POD모드의 운동량 방정식의 내적으로 도출할 수 있으며⁽³⁾ 속도 성분을 대입하고 각 항에 대한 내적을 수행하면 식(1)과 같은 상미분방정식으로 정의할 수 있다.

$$\dot{a}_k(t) = A_k + \sum_{m=1}^{N_M} B_{km} a_m(t) + \sum_{m=1}^{N_M} \sum_{n=1}^{N_M} C_{kmn} a_n(t) a_m(t) \tag{1}$$

여기서 각 항은 식(2)와 같은 관계를 따른다.

$$\begin{aligned}
 A_k &= \frac{1}{\text{Re}} \left(\Phi_k, \nabla^2 \bar{u} \right) - \left(\Phi_k, \bar{u} \cdot \nabla \bar{u} \right) \\
 B_{km} &= - \left(\Phi_k, \bar{u} \cdot \nabla \Phi_m \right) - \left(\Phi_k, \phi_m \cdot \nabla \bar{u} \right) + \frac{1}{\text{Re}} \left(\Phi_k, \nabla^2 \phi_m \right) \\
 C_{kmn} &= \left(\Phi_k, \phi_m \cdot \nabla \Phi_n \right)
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

-압축성, 등엔트로피 Navier-Stokes 방정식에 대한 축소차수모델

압축성, 등엔트로피 Navier-Stokes 방정식은 식(3)과 같이 정의할 수 있다.

$$\frac{dq}{dt} = \frac{1}{\text{Re}} L(q) + \frac{1}{M^2} Q_1(q, q) + Q_2(q, q)
 \tag{3}$$

이를 비압축성 Navier-Stokes 방정식에 사용했던 방식과 같은 방식으로 정식화하면 식(4)와 같은 축소차수모델을 도출할 수 있다⁽⁴⁾.

$$\dot{a}_k(t) = b_k + \sum_{m=1}^{N_M} L_{km} a_m(t) + \sum_{m=1}^{N_M} \sum_{n=1}^{N_M} Q_{kmn} a_n(t) a_m(t)
 \tag{4}$$

여기서 각 항은 식(5)와 같은 관계를 따른다.

$$\begin{aligned}
 b_k &= \frac{1}{\text{Re}} \left(\Phi_k, L(\bar{q}) \right) + \frac{1}{M^2} \left(\Phi_k, Q_1(\bar{q}, \bar{q}) \right) + \left(\Phi_k, Q_2(\bar{q}, \bar{q}) \right) \\
 L_{km} &= \left(\Phi_k, Q_2(\bar{q}, \Phi_m) \right) + Q_2(\Phi_m, \bar{q}) + \frac{1}{M^2} \left(\Phi_k, Q_1(\bar{q}, \Phi_m) \right) + Q_1(\Phi_m, \bar{q}) + \frac{1}{\text{Re}} \left(\Phi_k, L(\Phi_m) \right) \\
 Q_{kmn} &= \frac{1}{M^2} \left(\Phi_k, Q_1(\Phi_m, \Phi_n) \right) + \left(\Phi_k, Q_2(\Phi_m, \Phi_n) \right)
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

하지만 이와 같은 연속축소차수모델은 수치적 불안정성을 나타낸다. 따라서 본 논문에서는 상미분방정식의 계수를 보정하는 방법을 고려하였다.

-축소차수모델의 보정

연속축소차수모델의 경우, 크게 세 가지의 이유로 불안정하거나 매우 부정확한 결과를 도출할 수 있다. 첫번째, 고차의 POD 모드를 사용함에 따라 축소차수모델의 불안정성이 증가될 수 있으며 두번째는 연속축소차수모델의 내재적 불안정성이다⁽⁵⁾. 마지막으로 세번째는 POD 모드에 따른 최적의 에너지와 중요한 동적 모드 사이의 차이에 기인한 것으로 보고된다. 이에 본 논문에서는 Galletti에 의해 제안된 상미분방정식 계수의 보정 기법⁽⁶⁾을 고려하였다.

3. 수치 해석 결과

-Theodorsen 이론을 사용한 공력탄성학적 연구

본 논문에서는 2차원 에어포일인 Tang⁽⁷⁾의 날개단면을 사용하여 Theodorsen 이론을 사용하는 공력탄성학적 해석모듈을 검증하고자 하였다. 이때, Theodorsen 함수는 Eversman⁽⁸⁾의 근사식을 사용하였고 주파수 영역에서 k-method를 사용하여 flutter 해석을 수행하였다. Table 1은 flutter의 속도 결과를 비교한 것으로 상당히 풍동실험과 비슷함을 알 수 있다.

Table 1. Flutter analysis results of wing by Tang

K_β [kgm/s ²]	V_f (current) [m/s]	V_f (Ref. ⁽⁷⁾) [m/s]	Discrepancy [%]
0.1	5.8	5.7	1.7
0.5	13.7	12	14.1
1	19	23	17.3
1.5	22.4	23.5	4.6
2	25.3	24	5.4

-DLM을 사용한 공력탄성학적 해석

본 논문에서는 개발된 DLM을 사용하여 Fig. 1의 Conyer⁽⁹⁾의 실험에 사용된 날개의 flutter 특성을 알아보았다. 이때, 구조해석은 MSC. NASTRAN을 사용하여 총 10개의 모드를 추출하였으며, k-method와, p-k method를 모두 개발하여 이를 풍동실험과 공력탄성학적 소프트웨어인 ZAERO의 결과와 Table 2에서 비교하였다.

Table 2. Flutter analysis results and discrepancies of the current prediction, experiment, and ZAERO for the wing by Conyer

Classification	Mode	Frequency [Hz]	Discrepancy [%]	Flight speed [m/s]	Discrepancy [%]
Experiment[9]	2	11.5	-	20.0	-
Current(k)	2	10.3	10.2	20.6	2.8
Current(p-k)	2	10.4	9.2	20.4	1.8
ZAERO(k)	2	10.4	9.7	20.0	0.2
ZAERO(g)	2	10.5	8.8	19.9	0.6

비교결과, k-method와 p-k method 모두 상당히 정확한 결과를 도출함을 볼 수 있었으며, 특히 본 논문의 p-k method 모듈과 ZAERO의 g-method에서 추출한 V-g, V-f 그래프 역시 매우 유사한 모습을 보였다.

-상하 병진 운동을 하는 원형 실린더 주변 비압축성 유동해석

본 논문에서는 균일한 유동 속의 강체 거동을 하는 원형 실린더에 대한 해석을 수행하였다. 먼저 완전차수해석을 수행한 후, 5주기의 응답을 자료로 사용하여 적합직교분해를 수행하고 8개의 POD 모드를 사용하여 원래 유동장을 복원하며 와류 분포를 완전차수모델의 결과와 비교하였다.

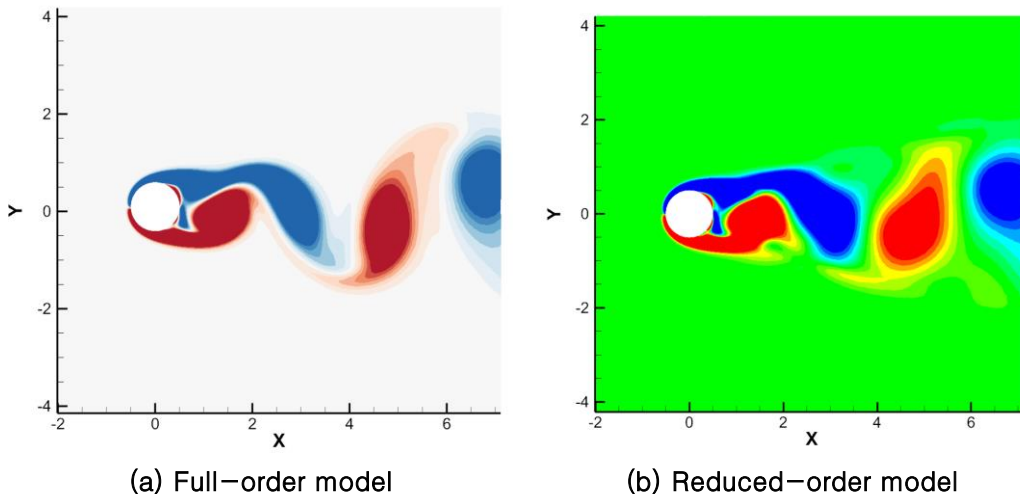


Fig. 1. Comparison of the vorticity contour between the full- and reconstructed reduced-order model

해석결과, 완전차수모델에서 예측된 와류구조를 상당히 유사하게 예측할 수 있음을 확인하였다. 또한, 시간상수에 대하여 기존 축소차수모델은 매우 부정확한 결과를 보이지만 보정된 축소차수모델은 상당히 정확한 결과를 보임을 확인할 수 있었다. 완전차수모델은 9주기의 응답을 얻는데 약 7시간의 해석시간이 요구되는데 반해 이 개발 축소차수 모델은 8개의 미지수를 갖는 상미분방정식을 계산함에 따라 19주기의 응답을 도출하는데 1.2초의 시간이 요구된다.

-압축성 공동 유동 해석

마지막으로 압축성 유체에 대한 축소차수모델의 신뢰성을 확인하고자 하였다. 완전차수모델은 Openfoam 2.3.0을 이용하여 도출하였고 하단 벽면은 no-slip 경계조건을 부여하였다. 2주기의 응답을 자료로 사용하여 적합직교분해를 수행하고 10개의 POD모드를 사용하여 유동의 밀도 분포를 완전차수모델의 결과와 비교하였다.

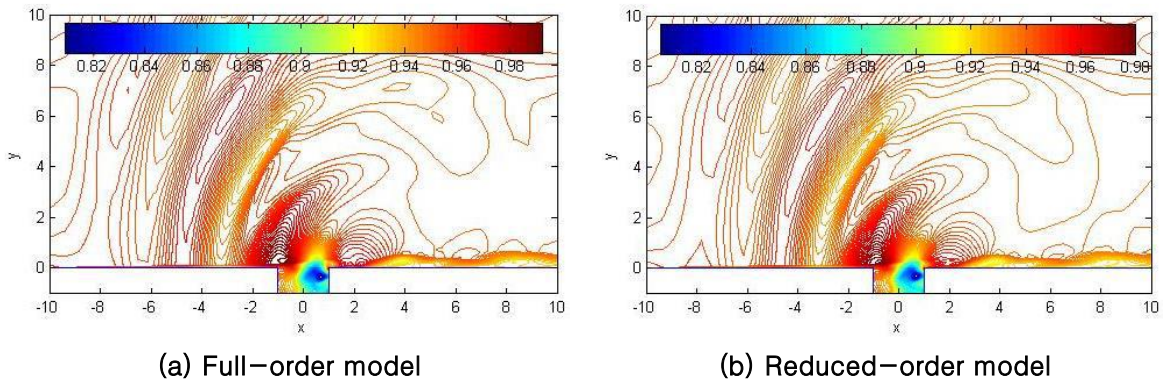


Fig. 2. Comparison of the density contour between the full- and reconstructed reduced-order model (compressible cavity flow)

비교 결과, 완전차수모델과 축소차수모델은 매우 비슷한 양상을 보이며 이를 통해 축소차수모델의 신뢰성과 효율성을 확인할 수 있었다.

4. 결론

본 논문에서는 flutter 해석을 위하여 일반적인 주파수 영역에서의 해석 프로그램을 개발하고 LCO 해석을 위하여 시간영역에서의 해석을 수행할 수 있는 프로그램을 개발하였다. 효율적으로 시간 영역 LCO 예측을 효율적으로 수행하기 위해 POD 기반 유동 해석의 축소차수모델을 개발하고 검증하였다. 추후에는 본 논문에서 제시한 ALE정식화 기반 축소차수모델을 압축성 유체 해석에 적용하여 실제적 항공기 LCO 해석을 수행할 계획이다. 이를 통해 기존의 DLM등은 해석할 수 없었던 천음속 영역에서의 고 정밀 flutter/LCO 해석을 효율적으로 수행하고자 한다.

5. 참고문헌

- [1] Theodorsen T., General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter, NACA Report No.496, 1935
- [2] Rodden, W. P., Taylor, P. F. and McIntosh Jr, S. C., "Further Refinement of the Subsonic Doublet-Lattice Method," Journal of Aircraft, Vol. 35, No. 5, September 1998
- [3] Rowley, C. W., Colonius, T. and Murray, R. M., "Model Reduction for Compressible Flows using POD and Galerkin Projection," Physica D, Vol. 189, 2004, pp. 115-129.
- [4] Chaturantabut, S. and Sorensen, D. C., "Application of POD and DEIM on Dimension Reduction of Non-linear Miscible Viscous Fingering in Porous Media," Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems, Vol. 17, No. 4, 2011, pp. 337-353.
- [5] Rowley, C. W., Modeling, Simulation and Control of Cavity Flow Oscillations, Ph.D. Thesis, California Institute of Technology, 2002
- [6] Gallletti, B., Bottaro, A., Bruneau, C.-H. and Iollo, A., "Accurate Model Reduction of Transient Flows," RR-5676, INRIA, 2005, pp.18
- [7] D. Tang, E. H. Dowell and L. N. Virgin, "Limit Cycle Behavior of an Airfoil with a Control Surface", Journal of Fluid and Structures, 1998
- [8] W. Eversman, A. Tewari, "Modified Exponential Series Approximation for the Theodorsen Function," J. Aircraft, Vol. 28, No. 9, 1991
- [9] Conyer, H. J., Dowell, E. H. and Hall, K. C., "Aeroelastic Studies of a Rectangular Wing with a Hole: Correlation of Theory and Experiment," NASA Report, 2010