

## 신속한 항공기 날개 형상 설계를 위한 컴포넌트 기반 구조해석

### Component-Based Structural Analysis for the Rapid Shape Design of an Aircraft Wing

#### 초록

본 연구에서는 신속한 항공기 날개 형상 설계에 기여하기 위해, 날개 형상 변화에 따른 정적응축 축소기저요소해석을 날개 구조 해석에 적용한다. 이 연구에서 수행한 방법은 설계분야에 유용한 두 가지 특징이 있다. 첫 번째 특징은 신속 정확한 구조해석이 가능하다는 점이다. 클러스터 상에서 유한요소법으로는 500 s 이상 소요되는 해석을 1 s 미만으로 해석이 가능하였으며, 100가지의 무작위 날개 형상에 대해서 유한요소해석과의 절대상대오차는 평균 2.64%으로 계산될 정도로 정확하다. 두 번째 이점은 날개 형상을 구성함에 있어 높은 표현력을 가진다는 것이다. 부품들의 개수와 형상을 자유롭게 선택하고, 레고 블록을 조립하듯 부품을 연결하여 날개 형상을 구성 가능하다. 추후에 이를 활용하여 항공기 날개의 신속한 형상 설계가 가능할 것으로 기대한다.

**Key Words** : Static Condensation Reduced Basis Element Method, Aircraft Wing Structure, Geometric Parameterization, Aircraft Wing Design

#### 1. 서론

항공기 날개 구조물은 시스템의 규모가 커 구조해석에 많은 계산량이 요구된다. 따라서 설계의 관점에서 다양한 날개 형상에 대한 신속 정확한 해석결과의 도출이 어렵다. 널리 사용되는 유한요소해석(finite element analysis, FEA)<sup>(1)</sup>은 정확도를 보장하지만 신속하지 않아 대규모 시스템의 설계에 사용하기에 적절하지 않다. 유한요소법을 이용하여 항공기 날개 구조해석을 수행한 연구의 경우, 높은 정확도의 해석 결과를 도출하였지만 해석모형의 높은 자유도로 인해 상당한 해석시간이 소요되었다<sup>(11, 13~14)</sup>. 결과적으로 유한요소법은 한 가지 형상에 대한 일회성 해석에는 이용될 수 있지만, 수많은 반복해석이 요구되는 설계 문제에는 효율적이지 못하다.

유한요소 해석모델의 높은 계산비용을 극복하기 위한 대안으로 기계학습 모델이 제시되었다. 선행연구로, 기계학습 모델을 이용한 항공기 날개 구조물의 신뢰성 기반 최적설계 연구가 있다<sup>(16)</sup>. 그러나 기계학습을 이용한 방법은 i) 편미분 방정식을 직접 다루는 물리 기반 해석법 보다 풍부한 정보를 제공하지 못하며, ii) 데이터 기반 모델 특성 상 검증이 테스트 샘플(testing sample)에 대해서만 이루어지기 때문에 안전에 대해서 민감한 항공우주분야에서 전적으로 신뢰하기는 힘들다는 문제가 있다.

높은 정확도를 확보하면서도 신속하게 편미분 방정식의 유한요소해를 근사하는 방법으로, 축소기저법(reduced basis method)<sup>(2, 3)</sup>이 사용되어왔다. 축소기저법은 물성 및 기하 매개변수(parameter) 변화에 대해 유한요소해를 신속히 근사 가능한 기법이다. 축소기저법의 장점으로, 사후오차분석(a posteriori error analysis)에 의해 유한요소해의 도움없이 엄밀한 오차 추정이 가능하다는 점이 있다. 그러나 축소기저법은 많은 매개변수를 다루게 될 경우 축소기저공간이 커지기 때문에 높은 계산효율을 기대하기 힘들다. Figure 1에 제시된 항공기와 같은 시스템은 다뤄야할 매개변수가 상당히 많다. 이러한 경우에 축소기저법은 적절하지 않다.

본 연구에서는 이러한 제한사항을 극복하고 신속한 항공기 날개 설계에 기여하기 위해, 큰 규모의 시스템도 효과적으로 다룰 수 있는 정적응축 축소기저요소법(static condensation reduced basis element, scRBE)법<sup>(4~6)</sup>을 사용한다. 정적응축 축소기저요소법은 세 가지 장점이 있다. 첫째, 컴포넌트(component) 간 자유로운 결합과 교체가 가능하기 때문에 다양한 시스템들을 구성할 수 있다. Figure 2의 좌측에 파란 점선으로 표시된 컴포넌트 라이브러리(component library)를 표현하였다. 이 컴포넌트 라이브러리의 컴포넌트들을 조합하여 레고 블록을 조립하듯 자유롭게 연결하여 다양한 형상에 대한 시스템을 Fig. 2의 우측과 같이 구성할 수 있다. 둘째, 정적응축 축소기저요소법은 축소기저법과 동일하게 사후오차분석이 가능하기 때문에, 유한요소해의 도움 없이도 엄밀한 오차추정이 가능하다. 셋째, 신속한 해석을 위해 정적응축 축소기저요소로 표현된 컴포넌트들을 사용하여 시스템을 구성한 후 즉각적인 해석이 가능하다.

정적응축 축소기저요소법 관련 첫 번째 선행연구로, 정해진 형상의 대규모 시스템에 대해서 신속 정확한 구조해석을 수행한 연구<sup>(9)</sup>가 존재한다. 해당연구에서는 대형 시스템에 대해서 비선형 해석이 필요한 부분에는 유한요소해석을 수행하고, 나머지 선형 해석이 가능한 부분에 대해서는 정적응축 축소기저요소해석을 수행하여 계산비용을 줄였다. 두 번째 선행연구로, 정적응축 축소기저요소법이 항공기 날개 구조물의 신속한 구조건전성 모니터링에 응용된 연구<sup>(15)</sup>가 있다. 이 두가지 연구들은 한 가지 형상에만 국한되어 해석이 수행되었다.

본 연구에서는 신속한 날개 설계에 기여하기 위해, 항공기 날개 형상 변화에 따른 신속 정확한 구조해석을 구현하였다. 컴포넌트들의 기하 변환이 가능하다면, 표현 가능한 날개 형상의 수는 기하급수적으로 늘어나게 된다. 이는 모양이 자유롭게 변할 수 있는 재료들을 조합하여 유연하게 형상을 표현할 수 있는 것과 같다. 본 연구에서는 설계 변수를 고려한 기하 변환을 구현하기 위해 기하 변환함수를 정의한다. 이후 항공기 날개 설계 변수 변화에 따른 실시간 구조해석을 수행한 후 FE 모델 대비 계산효율과 정확도를 분석한다. 이를 통해 기하 매개변수를 사용한 정적응축 축소기저요소해석이 항공기 날개의 신속한 설계에 기여할 수 있는 가능성에 대해서 탐구한다.

다음 장에서는 정적응축 축소기저요소법의 개념과 수식에 대해서 설명한다. 이후에 3장에서는 i) 정적응축 축소기저요소법을 항공기 날개 구조해석에 적용하는 과정에 대해서 설명하고, ii) 항공기 날개의 설계 변수를 변화시키면서 신속한 구조해석을 수행하는 방법을 소개한 이후, iii) 신속성과 정확도의 관점에서 해석결과를 검토한다. 마지막으로 4장에서는 본 연구 내용에 대해 고찰한 후 결론을 짓는다.

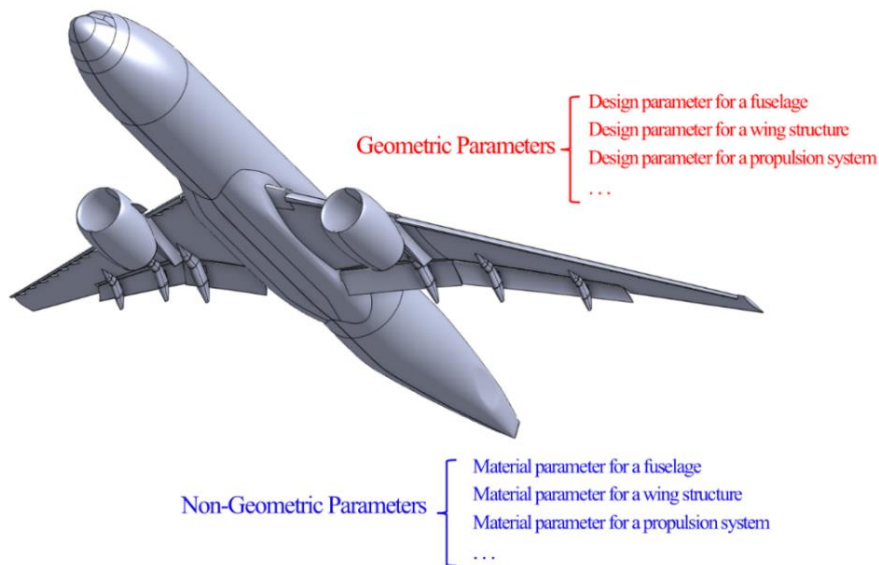


Fig. 1. Example of a large and complex system: NASA CRM

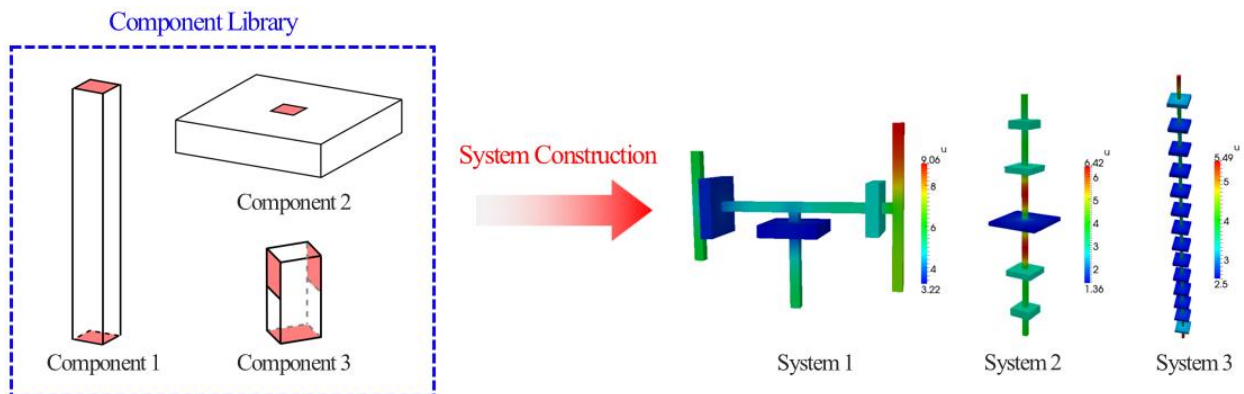


Fig. 2. Construction of various system configurations using a component library<sup>(4)</sup>

## II. 정적응축 축소기저요소법

### 1. 축소기저법

축소기저법은 고차원의 유한요소 공간으로부터 투영된 저차원의 축소기저 공간에서 유한요소 시스템을 신속 정확하게 해석하는 기법이다<sup>(2,3)</sup>. 저차원의 축소기저 공간은 고차원의 유한요소 공간에서 추출된 소수의 주요 기저 함수로 생성(span)된다. 소수의 주요 기저 함수를 추출하기 위한 방식으로 정규직교 분해(proper orthogonal decomposition)와 탐욕 알고리즘(greedy algorithm)이 있다. 정규직교분해와 탐욕 알고리즘은 각각 동적(dynamic)과 정적(static) 시스템을 위한 축소기저 공간 생성에 주로 이용된다<sup>(7)</sup>. 본 연구에서는 대규모 구조물의 정적 해석을 목표로하므로 탐욕 알고리즘에 기반한 축소기저법의 수식만을 다룬다.

축소기저 공간 생성에 앞서, 우선 유한요소 기저  $\{\phi\}_{i=1}^N$ 와 유한요소 공간  $X^N = \text{span}(\{\phi\}_{i=1}^N)$ 을 정의한다. 갤러킨(Galerkin) 유한요소 근사에 의해 약형(weak form) 지배방정식은 Eq. (2.1)과 같은 연립 일차 방정식인 유한요소 시스템으로 표현될 수 있다.

$$\sum_{q=1}^{Q_a} \theta_a^q(\mu) A^q U^N(\mu) = \sum_{q=1}^{Q_f} \theta_f^q(\mu) F^q, \quad (2.1)$$

여기서  $A^q \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 과  $F^q \in \mathbb{R}^N$ 은 각각 아핀 분해된(affinely decomposed) 유한요소 강성 행렬(stiffness matrix)과 하중 벡터(load vector)로,  $A_j^q = a^q(\phi, \phi_j)$ 와  $F_i^q = f^q(\phi)$ 로 정의되며,  $U^N(\mu) \in \mathbb{R}^N$ 는 노드 해(nodal solution)이다. 이러한 유한요소 시스템을 풀어 노드 해를 얻은 후 Eq. (2.2)와 같이 유한요소해  $u^N(\mu) \in X^N$ 을 도출할 수 있다.

$$u^N(\mu) = \sum_{i=1}^N U_i^N(\mu) \phi_i. \quad (2.2)$$

다음으로 탐욕 알고리즘을 이용하여 축소기저 및 축소기저 공간을 생성한다. 탐욕 알고리즘은 유한요소해  $u^N(\mu)$ 와 축소기저해  $u^i(\mu) \in X^N$ 의  $X$ -노름 오차( $X$ -norm error)  $\|e^i(\mu)\|_X = \|u^N(\mu) - u^i(\mu)\|_X$ 가 최대가 되는 매개변수 값으로 축소기저를 생성하는 방식이다. 그 결과 최소한의 축소기저 함수만으로 매개변수 범위 내의 모든 매개변수 값에 대하여 축소기저 근사 오차를 목표 오차  $\epsilon_{tol}$ 보다 작게 만들 수 있으며, 이를 통해 축소기저해의 정확성을 보장할 수 있다.

탐욕 알고리즘 기반 축소기저 근사 절차는 다음과 같다. 먼저, 축소기저가 존재하지 않을 때의  $X$ -노름 오차  $\|e^0(\mu)\|_X = \|u^N(\mu) - u^0(\mu)\|_X = \|u^N(\mu)\|_X$ 가 최대가 되는 매개변수 값  $\mu^{(1)}$ 을 도출한다. 그리고서  $\mu^{(1)}$ 에 대한 유한요소해  $u^N(\mu^{(1)})$ 를 계산하고 그람-슈미트 과정(Gram-Schmidt process)을 거쳐 첫 번째 축소기저 함수  $\zeta_1$ 와 축소기저 공간  $X^1 = \text{span}(\zeta_1)$ 를 생성한다. 다음으로  $\|e^1(\mu)\|_X = \|u^N(\mu) - u^1(\mu)\|_X$ 가 최대가 되는 매개변수 값  $\mu^{(2)}$ 를 도출하여  $\{u^N(\mu^{(i)})\}_{i=1}^2 = \{\zeta_i\}_{i=1}^2$ 와 같이 축소기저를 갱신하고  $X^2 = \text{span}(\{\zeta_i\}_{i=1}^2)$ 와 같이 축소기저 공간을 재생성한다. 이러한 절차를 반복하여  $\|e^N(\mu)\|_X < \epsilon_{tol}$ 이 되는 축소기저  $\{u^N(\mu^{(i)})\}_{i=1}^N = \{\zeta_i\}_{i=1}^N$ 를 도출하고 축소기저 공간  $X^N = \text{span}(\{\zeta_i\}_{i=1}^N)$ 을 완성한다. 축소기저  $\{\zeta_i\}_{i=1}^N$ 이 주어졌을 때 유한요소 시스템인 Eq. (2.1)은 기저변환을 통해 Eq. (2.3)와 같은 축소기저 시스템으로 근사될 수 있다.

$$\sum_{q=1}^{Q_a} \theta_a^q(\mu) B^T A^q B U^N(\mu) = \sum_{q=1}^{Q_f} \theta_f^q(\mu) B^T F^q, \quad (2.3)$$

여기서  $B \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 은 기저변환 행렬로,  $\zeta_j = \sum_{i=1}^N \zeta_j^i \phi_i$ 를 만족하는 계수  $\zeta_j^i$ 를  $i$ 번째 행,  $j$ 번째 열 원소로 가진다. Equation (2.3)을 풀어 축소기저해 계수  $U^N(\mu) \in \mathbb{R}^N$ 를 얻은 후 축소기저와 함께 Eq. (2.4)와 같이 축소기저해  $u^N(\mu) \in X^N$ 을 도출할 수 있다.

$$u^N(\mu) = \sum_{i=1}^N U_i^N(\mu) \zeta_i = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N U_i^N(\mu) \zeta_j^i \phi_i. \tag{2.4}$$

축소기저 시스템인 Eq. (2.3)은 유한요소 시스템인 Eq. (2.1)보다 신속한 해석이 가능하다. 유한요소 시스템 풀이를 위해서는  $O(N^3)$ 의 계산 복잡도(computational complexity)가 요구된다. 이에 반해 축소기저 시스템 풀이에 요구되는 계산 복잡도는  $O(N^3)$ 이며 일반적으로  $N \ll \mathcal{N}$ 이므로 유한요소 시스템 대신 축소기저 시스템을 해석하면 전산 자원 절약이 가능하다.

### 2. 정적응축법

정적응축법(static condensation method)는 부구조화 기법(substructuring method)의 하나로, 정적 유한요소 시스템에서 저차원의 부자유도(secondary degrees of freedom) 해를 우선 도출한 후 고차원의 주자유도(primary degrees of freedom) 해를 복원하는 것을 통해 효율적으로 시스템을 해석하고자 하는 방법이다. 부자유도 해로 임의의 노드 해가 사용될 수 있지만 일반적으로 연결 부위에 존재하는 노드 해가 사용된다. 이 경우 다중 컴포넌트에 대한 전체 시스템을 한 번에 다루는 대신, 컴포넌트 간 연결 부위인 포트(port) 시스템을 해석하고 각 컴포넌트의 내부 해를 복원하여 전체 시스템의 해를 효과적으로 도출할 수 있다.

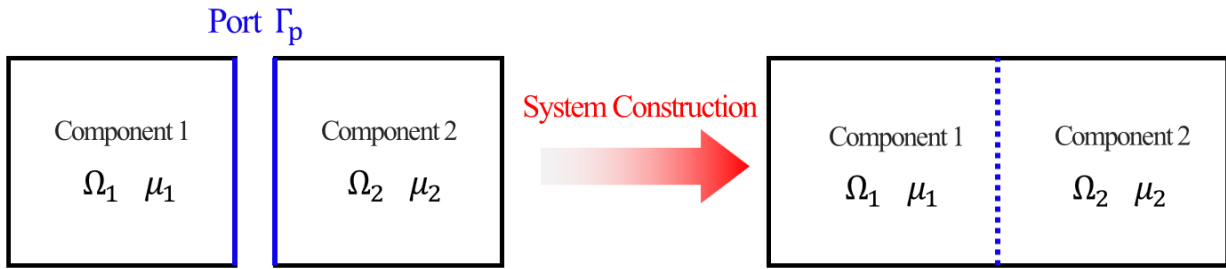


Fig. 3. Two square components connected with a single port

정적응축법의 수식을 간략히 기술하기 위해 Fig. 3와 같이 두 개의 정사각형 컴포넌트가 각각 내부 영역  $\Omega_1, \Omega_2 \subset \mathbb{R}^2$ 을 가지고 하나의 포트  $\Gamma_p \subset \mathbb{R}$ 로 연결된 구조물을 고려한다. 이 구조물의 유한요소 시스템은 Eq. (2.1)에 따라 Eq. (2.5)와 같이 표현할 수 있다.

$$A(\mu)U^{\mathcal{N}}(\mu) = F(\mu), \tag{2.5}$$

여기서  $A(\mu) = \sum_{q=1}^{\Omega_1} \theta_q^a(\mu) A_q$ ,  $F(\mu) = \sum_{q=1}^{\Omega_1} \theta_q^f(\mu) F_q$ 로 각각 매개변수  $\mu = (\mu_1, \mu_2)$ 에 대한 유한요소 강성 행렬과 하중 벡터를 나타낸다. 이러한 시스템에서 포트 해  $U_{\Gamma_p}(\mu) \in \mathbb{R}^{\mathcal{N}_{\Gamma_p}}$ 를 부자유도 해, 그리고 각 컴포넌트의 내부 해  $U_{\Omega_1}(\mu_1) \in \mathbb{R}^{\mathcal{N}_{\Omega_1}}$ 와  $U_{\Omega_2}(\mu_2) \in \mathbb{R}^{\mathcal{N}_{\Omega_2}}$ 를 주자유도 해로 설정하면, Eq. (2.5)를 Eq. (2.6)과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} A_{\Gamma_p}(\mu) & A_{\Omega_1, \Gamma_p}^T(\mu_1) & A_{\Omega_2, \Gamma_p}^T(\mu_2) \\ A_{\Omega_1, \Gamma_p}(\mu_1) & A_{\Omega_1}(\mu_1) & 0_{\mathcal{N}^{\Omega_1} \times \mathcal{N}^{\Omega_2}} \\ A_{\Omega_2, \Gamma_p}(\mu_2) & 0_{\mathcal{N}^{\Omega_2} \times \mathcal{N}^{\Omega_1}} & A_{\Omega_2}(\mu_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{\Gamma_p}(\mu) \\ U_{\Omega_1}(\mu_1) \\ U_{\Omega_2}(\mu_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{\Gamma_p}(\mu) \\ F_{\Omega_1}(\mu_1) \\ F_{\Omega_2}(\mu_2) \end{bmatrix}, \tag{2.6}$$

여기서  $(\cdot)_{\Gamma_p}$ 는 포트 해와 연관된 항,  $(\cdot)_{\Omega_i}$ 는  $i$ 번째 컴포넌트의 내부 해와 연관된 항,  $(\cdot)_{\Omega_i, \Gamma_p}$ 는 포트 해와

$i$  번째 컴포넌트의 내부 해가 결합(coupling)된 항을 나타내며,  $0_{m \times n} \in \mathbb{R}^{m \times n}$  은 영행렬을 의미한다. Equation (2.6)은 슈어보수법(Shur complment method)을 통해 Eq. (2.7)과 같이 포트 해만을 미지수로 갖는 식으로 나타내질 수 있다.

$$\left( A_{\Gamma_p}(\mu) - \sum_{i=1}^2 A_{\Omega_i, \Gamma_p}^T(\mu_i) A_{\Omega_i}^{-1}(\mu_i) A_{\Omega_i, \Gamma_p}(\mu_i) \right) U_{\Gamma_p}(\mu) = F_{\Gamma_p}(\mu) - \sum_{i=1}^2 A_{\Omega_i, \Gamma_p}^T(\mu_i) A_{\Omega_i}^{-1}(\mu_i) F_{\Omega_i}(\mu_i). \quad (2.7)$$

그리고서 정적응축 강성 행렬  $A_{SC}(\mu) := A_{\Gamma_p}(\mu) - \sum_{i=1}^2 A_{\Omega_i, \Gamma_p}^T(\mu_i) A_{\Omega_i}^{-1}(\mu_i) A_{\Omega_i, \Gamma_p}(\mu_i) \in \mathbb{R}^{\mathcal{N}_{\Gamma_p} \times \mathcal{N}_{\Gamma_p}}$  와 정적응축 하중 벡터  $F_{SC}(\mu) := F_{\Gamma_p}(\mu) - \sum_{i=1}^2 A_{\Omega_i, \Gamma_p}^T(\mu_i) A_{\Omega_i}^{-1}(\mu_i) F_{\Omega_i}(\mu_i) \in \mathbb{R}^{\mathcal{N}_{\Gamma_p}}$  를 정의하여 Eq. (2.8)와 같은 정적응축 시스템을 얻는다.

$$A_{SC}(\mu) U_{\Gamma_p}(\mu) = F_{SC}(\mu). \quad (2.8)$$

Equation (2.8)와 같은 정적응축 시스템을 풀어 포트 해  $U_{\Gamma_p}(\mu)$  를 얻은 후, Eq. (2.9)을 통해 각 컴포넌트의 내부 해  $U_{\Omega_i}(\mu_i)$  를 복원하여 전체 시스템의 해  $U^{\mathcal{N}}(\mu)$  를 도출할 수 있다.

$$U_{\Omega_i}(\mu_i) = A_{\Omega_i}^{-1}(\mu_i) F_{\Omega_i}(\mu_i) - A_{\Omega_i}^{-1}(\mu_i) A_{\Omega_i, \Gamma_p}(\mu_i) U_{\Gamma_p}(\mu), \quad i=1, 2. \quad (2.9)$$

정적응축 시스템인 Eq. (2.8)는 유한요소 시스템인 Eq. (2.5)와 비교하여 두 가지 이점을 가진다. 첫째, 정적응축 시스템은 유한요소 시스템보다 신속한 해석이 가능하다. 유한요소 시스템은  $\mathcal{N}$  원 연립 일차 방정식으로 구성된다. 이와 달리, 정적응축 시스템은  $\mathcal{N}_{\Gamma_p}$  원,  $\mathcal{N}_{\Omega_1}$  원, 그리고  $\mathcal{N}_{\Omega_2}$  원 연립 일차 방정식으로 구성된다. 일반적으로  $\mathcal{N}$  원 연립 일차 방정식 풀이에  $O(\mathcal{N}^3)$  의 계산 복잡도가 요구되는 것을 고려하면, 큰 수인  $\mathcal{N}$  개의 미지수로 이루어진 연립 일차 방정식을 푸는 것보다 비교적 작은 수인  $\mathcal{N}_{\Gamma_p}$ ,  $\mathcal{N}_{\Omega_1}$ ,  $\mathcal{N}_{\Omega_2}$  개의 미지수로 이루어진 연립 일차 방정식을 각각 푸는 것의 계산 복잡도 총합이 더 낮다. 이러한 계산 복잡도의 차이는 유한요소 시스템을 더 많은 수의 저 차원 시스템으로 나눌수록 커지기 때문에, 다수의 컴포넌트로 구성된 대규모 구조물일수록 정적응축 해석의 효율성은 증대한다. 또한 만약 Fig. 3의 두 컴포넌트가 동일하여  $A_{\Omega_1}^{-1}(\mu_1) A_{\Omega_1, \Gamma_p}(\mu_1) = A_{\Omega_2}^{-1}(\mu_2) A_{\Omega_2, \Gamma_p}(\mu_2)$  와  $A_{\Omega_1}^{-1}(\mu_1) F_{\Omega_1}(\mu_1) = A_{\Omega_2}^{-1}(\mu_2) F_{\Omega_2}(\mu_2)$  가 성립한다면 첫 번째 내부 영역  $\Omega_1$  과 연관된 시스템만 다루면 된다. 그러므로 동일한 컴포넌트가 반복되어 구성된 대규모 구조물의 경우 정적응축법이 더욱 효과적이다. 둘째, 정적응축 시스템은 유한요소 시스템과 달리 컴포넌트 변경이 자유롭다. 유한요소 시스템에서 컴포넌트를 변경하면 전체 시스템을 재구성해야 한다. 이에 반해, 정적응축 시스템에서 컴포넌트 내부 해와 연관된 항은 강성 행렬과 하중 벡터에 단순히 더해져 있으므로, 컴포넌트를 변경하더라도 전체 시스템을 재구성할 필요가 없다. 따라서 정적응축법은 컴포넌트를 변경하며 해석이 요구되는 경우 유한요소법에 비해 우수한 성능을 보인다.

### 3. 정적응축 축소기저요소법

정적응축 축소기저요소법은 기존의 축소기저법과 정적응축법의 단점을 상호보완하며 융합된 기법이다<sup>(4-6)</sup>. 축소기저법은 다양한 매개변수 값에 대하여 시스템의 신속 정확한 해석이 가능하다. 하지만 10개 이상의 매개변수로 이루어진 대규모 구조물의 경우 축소기저 근사에 지나치게 많은 축소기저 함수가 요구되어 효율성이 떨어지며, 축소기저 근사 오차 또한 매우 커질 수 있다. 이와 반대로 정적응축법은 대규모 구조물 해석에 적합하지만, 다양한 매개변수 값에 대하여 매번 컴포넌트 내부 해와 연관된  $\mathcal{N}_{\Omega_i}$  차원 시스템을 풀어야 한다는 단점을 지닌다. 정적응축 축소기저요소법은 컴포넌트 내부 해와 연관된  $\mathcal{N}_{\Omega_i}$  차원 시스템에만 축소기저법을 적용하는 것을 통해 다양한 매개변수 값에 대하여 대규모 구조물의 신속 정확한 해석을 제공한다.

정적응축 축소기저요소법의 수식을 설명하기 위해 먼저 Fig. 3과 같은 구조물에 대하여 Eq. (2.9)와 같은 정적응축 시스템을 고려한다. 이때 정적응축 강성 행렬  $A_{SC}(\mu)$  을 전개해보면 Eq. (2.10)와 같다.

$$\begin{aligned}
A_{SC}(\boldsymbol{\mu}) &= A_{\Gamma_p}(\boldsymbol{\mu}) - \sum_{i=1}^2 A_{\Omega_i, \Gamma_p}^T(\boldsymbol{\mu}_i) A_{\Omega_i}^{-1}(\boldsymbol{\mu}_i) A_{\Omega_i, \Gamma_p}(\boldsymbol{\mu}_i) \\
&= A_{\Gamma_p}(\boldsymbol{\mu}) - \sum_{i=1}^2 A_{\Omega_i, \Gamma_p}^T(\boldsymbol{\mu}_i) A_{\Omega_i}^{-1}(\boldsymbol{\mu}_i) \begin{bmatrix} | & & | \\ \left( A_{\Omega_i, \Gamma_p}(\boldsymbol{\mu}_i) \right)_1 & \cdots & \left( A_{\Omega_i, \Gamma_p}(\boldsymbol{\mu}_i) \right)_{\mathcal{N}_{\Gamma_p}} \\ | & & | \end{bmatrix} \\
&= A_{\Gamma_p}(\boldsymbol{\mu}) - \sum_{i=1}^2 A_{\Omega_i, \Gamma_p}^T(\boldsymbol{\mu}_i) \begin{bmatrix} | & & | \\ A_{\Omega_i}^{-1}(\boldsymbol{\mu}_i) \left( A_{\Omega_i, \Gamma_p}(\boldsymbol{\mu}_i) \right)_1 & \cdots & A_{\Omega_i}^{-1}(\boldsymbol{\mu}_i) \left( A_{\Omega_i, \Gamma_p}(\boldsymbol{\mu}_i) \right)_{\mathcal{N}_{\Gamma_p}} \\ | & & | \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{2.10}$$

여기서  $\left( A_{\Omega_i, \Gamma_p}(\boldsymbol{\mu}_i) \right)_j \in \mathbb{R}^{\mathcal{N}_{\Omega_i}}$  는  $A_{\Omega_i, \Gamma_p}(\boldsymbol{\mu}_i)$  의  $j$  번째 열을 나타낸다. 이때 포트 의존 유한요소 버블 함수(port-dependent finite element bubble function)  $b_{\Omega_i, j}^A(\boldsymbol{\mu}_i) := A_{\Omega_i}^{-1}(\boldsymbol{\mu}_i) \left( A_{\Omega_i, \Gamma_p}(\boldsymbol{\mu}_i) \right)_j \in \mathbb{R}^{\mathcal{N}_{\Omega_i}}$  를 정의하여 Eq. (2.10)를 Eq. (2.11)와 같이 간략히 표현할 수 있다.

$$A_{SC}(\boldsymbol{\mu}) = A_{\Gamma_p}(\boldsymbol{\mu}) - \sum_{i=1}^2 A_{\Omega_i, \Gamma_p}^T(\boldsymbol{\mu}_i) \begin{bmatrix} | & & | \\ b_{\Omega_i, 1}^A(\boldsymbol{\mu}_i) & \cdots & b_{\Omega_i, \mathcal{N}_{\Gamma_p}}^A(\boldsymbol{\mu}_i) \\ | & & | \end{bmatrix}. \tag{2.11}$$

이와 비슷하게, 포트 독립 유한요소 버블 함수(port-independent finite element bubble function)  $b_{\Omega_i}^F(\boldsymbol{\mu}_i) := A_{\Omega_i}^{-1}(\boldsymbol{\mu}_i) F_{\Omega_i}(\boldsymbol{\mu}_i) \in \mathbb{R}^{\mathcal{N}_{\Omega_i}}$  를 정의하여 Eq. (2.9)의 정적응축 하중 벡터  $F_{SC}(\boldsymbol{\mu})$  를 Eq. (2.12)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
F_{SC}(\boldsymbol{\mu}) &= F_{\Gamma_p}(\boldsymbol{\mu}) - \sum_{i=1}^2 A_{\Omega_i, \Gamma_p}^T(\boldsymbol{\mu}_i) A_{\Omega_i}^{-1}(\boldsymbol{\mu}_i) F_{\Omega_i}(\boldsymbol{\mu}_i) \\
&= F_{\Gamma_p}(\boldsymbol{\mu}) - \sum_{i=1}^2 A_{\Omega_i, \Gamma_p}^T(\boldsymbol{\mu}_i) b_{\Omega_i}^F(\boldsymbol{\mu}_i).
\end{aligned} \tag{2.12}$$

앞서 정의한 유한요소 버블 함수의 차원은  $\mathcal{N}_{\Omega_i}$  로 다소 크기 때문에 매개변수 변화에 따라 매번 유한요소 버블 함수를 도출하는 것은 비효율적이다. 유한요소 버블 함수는 그 정의에 따라 Eq. (2.12)과 같은 유한요소 버블 시스템들의 해라고 간주될 수 있다.

$$\begin{aligned}
A_{\Omega_i}(\boldsymbol{\mu}_i) b_{\Omega_i, j}^A(\boldsymbol{\mu}_i) &= \left( A_{\Omega_i, \Gamma_p}(\boldsymbol{\mu}_i) \right)_j, \\
A_{\Omega_i}(\boldsymbol{\mu}_i) b_{\Omega_i}^F(\boldsymbol{\mu}_i) &= F_{\Omega_i}(\boldsymbol{\mu}_i), \quad i=1, 2, j=1, \dots, \mathcal{N}_{\Gamma_p}
\end{aligned} \tag{2.13}$$

그러므로 Eq. (2.13)과 같은 각각의 버블 시스템에 축소기저법을 적용한다면 매개변수 값 변화에 따라 신속 정확하게 버블 함수를 산출할 수 있다는 점이 정적응축 축소기저요소법의 주요 개념이다. Equation (2.13)에 탐욕 알고리즘 기반 축소기저법을 적용하면 Eq. (2.14)과 같은 축소기저 버블 시스템들을 구성할 수 있다.

$$\begin{aligned} (B_{\Omega_i,j}^A)^T A_{\Omega_i}(\mu_i) B_{\Omega_i,j}^A \tilde{b}_{\Omega_i,j}^A(\mu_i) &= (B_{\Omega_i,j}^A)^T \left( A_{\Omega_i, \Gamma_p}(\mu_i) \right)_j, \\ (B_{\Omega_i}^F)^T A_{\Omega_i}(\mu_i) B_{\Omega_i}^F \tilde{b}_{\Omega_i}^F(\mu_i) &= (B_{\Omega_i}^F)^T F_{\Omega_i}(\mu_i), \quad i=1,2, j=1, \dots, \mathcal{N}_{\Gamma_p}, \end{aligned} \quad (2.14)$$

여기서  $\tilde{b}_{\Omega_i,j}^A(\mu_i) \in \mathbb{R}^{\mathcal{N}_{\Omega_i,j}^A}$  와  $\tilde{b}_{\Omega_i}^F(\mu_i) \in \mathbb{R}^{\mathcal{N}_{\Omega_i}^F}$  는 각각 포트에 의존하거나 독립한 축소기저 버블 함수이다. 이와 같은 축소기저 버블 함수를 이용하여 정적응축 축소기저요소 강성 행렬  $\tilde{A}_{SC}(\mu) \in \mathbb{R}^{\mathcal{N}_{\Gamma_p} \times \mathcal{N}_{\Gamma_p}}$  와 하중 벡터  $\tilde{F}_{SC}(\mu) \in \mathbb{R}^{\mathcal{N}_{\Gamma_p}}$  를 Eq. (2.15)과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{SC}(\mu) &:= A_{\Gamma_p}(\mu) - \sum_{i=1}^2 A_{\Omega_i, \Gamma_p}^T(\mu_i) \begin{bmatrix} | & & | \\ B_{\Omega_i,1}^A \tilde{b}_{\Omega_i,1}^A(\mu_i) & \cdots & B_{\Omega_i, \mathcal{N}_{\Gamma_p}}^A \tilde{b}_{\Omega_i, \mathcal{N}_{\Gamma_p}}^A(\mu_i) \\ | & & | \end{bmatrix}, \\ \tilde{F}_{SC}(\mu) &:= F_{\Gamma_p}(\mu) - \sum_{i=1}^2 A_{\Omega_i, \Gamma_p}^T(\mu_i) B_{\Omega_i}^F \tilde{b}_{\Omega_i}^F(\mu_i). \end{aligned} \quad (2.15)$$

마지막으로 정적응축 축소기저요소 강성 행렬과 하중 벡터로 이루어진 정적응축 축소기저요소 시스템을 구성하면 Eq. (2.16)와 같다.

$$\tilde{A}_{SC}(\mu) \tilde{U}_{\Gamma_p}(\mu) = \tilde{F}_{SC}(\mu), \quad (2.16)$$

정적응축 축소기저요소 시스템으로부터 전체 시스템의 해를 도출하는 절차는 기존의 정적응축법과 동일하다. 먼저 Eq. (2.16)의 정적응축 축소기저요소 시스템을 풀어 포트 해  $\tilde{U}_{\Gamma_p}(\mu) \in \mathbb{R}^{\mathcal{N}_{\Gamma_p}}$  를 얻는다. 이후 Eq. (2.17)을 통해 각 컴포넌트의 내부 해  $\tilde{U}_{\Omega_i}(\mu_i) \in \mathbb{R}^{\mathcal{N}_{\Omega_i}}$  를 복원하여 전체 시스템의 해를 획득할 수 있다.

$$\tilde{U}_{\Omega_i}(\mu_i) = B_{\Omega_i}^F \tilde{b}_{\Omega_i}^F(\mu_i) - \begin{bmatrix} | & & | \\ B_{\Omega_i,1}^A \tilde{b}_{\Omega_i,1}^A(\mu_i) & \cdots & B_{\Omega_i, \mathcal{N}_{\Gamma_p}}^A \tilde{b}_{\Omega_i, \mathcal{N}_{\Gamma_p}}^A(\mu_i) \\ | & & | \end{bmatrix} \tilde{U}_{\Gamma_p}(\mu), \quad i=1,2. \quad (2.17)$$

#### 4. 경험적 보간법

버블함수에 축소기저법을 적용하기 위해서는 쌍일차 형식과 일차 형식의 아핀(affine) 분해가 가능해야 한다. 따라서 시스템의 도메인을 기술하는  $x$  와 매개변수  $\mu$  의 아핀분해가 불가능한 비아핀 함수에 대해서 아핀 함수로 근사화하는 과정이 필요하다. 본 연구에서는 아핀 함수로의 근사화를 위해 경험적 보간법(empirical interpolation method)를 적용하여 Eq. (2.18)과 같이 매개변수  $\mu$  에 의존적인 보간계수  $C_q(\mu)$  와  $x$  에 의존적인 기저함수  $h_q(x)$  의 선형결합으로 근사한다. Equation (2.18)에서  $Q$  는 보간을 수행한 지점의 개수를 나타내며, 보간지점에서는 식 (2.19)와 같이 근사하려는 비아핀 함수와 근사된 함수의 값이 동일하다.

$$g(x, \mu) \approx \sum_{q=1}^Q C_q(\mu) h_q(x), \quad (2.18)$$

$$g(x_j, \mu) = g_I(x_j; \mu) = \sum_{q=1}^Q C_q(\mu) h_j(x_j), \quad (2.19)$$

기저함수  $h_q(x)$ 를 생성하기 위해, Eq. (2.20)과 같이 비아핀 함수와 아핀함수로 근사화된 함수의 차이가 최대가 되는  $\mu_i$ 를 찾는다. 그 다음으로 Eq. (2.21)과 같이 비아핀 함수와 아핀함수로 근사화된 함수의 차이가 최대가 되는  $x_j$ 를 찾는다. 기저함수  $h_j$ 는 Eq. (2.22)와 같이 정의되며, EIM 오차  $\epsilon_{\text{error}}$ 가 허용오차보다 작아질 때까지 위 과정을 반복하여  $\{h_1, h_2, \dots, h_Q\}$  기저함수를 생성한다.

$$\mu_i = \arg \sup \|g(x; \mu_i) - g_I(x; \mu_i)\|_{\mathbb{V}}, \quad \mu_i \in \Xi \mu, \quad (2.20)$$

$$x_j = \arg \sup |g(x_j; \mu_i) - g_I(x_j; \mu_i)|, \quad x_j \in \Xi x, \quad (2.21)$$

$$h_j(x) = \frac{g(x; \mu_i) - g_I(x; \mu_i)}{g(x_j; \mu_i) - g_I(x_j; \mu_i)}, \quad (2.22)$$

기저함수를 생성한 뒤 임의의 매개변수에 대한 보간계수  $C_q(\mu)$ 를 계산할 수 있다. 보간된  $Q$ 개의 지점에서는 Eq. (2.23)과 같이 비아핀 함수  $g(x; \mu)$ 와 근사된 함수  $g_I(x; \mu)$ 의 값이 동일하다. 보간 지점이  $Q$ 개이기 때문에 Eq. (2.23)으로부터 Eq. (2.24)와 같은 행렬 방정식을 구성할 수 있다. Equation (2.24)의 좌항은 비아핀 함수  $g(x; \mu)$ 의 각 보간점에서의 값을 계산하여 구할 수 있고, 앞서 기저함수  $h_j$ 를 구하였기 때문에 우항의 정방행렬의 성분들도 계산할 수 있다. 따라서 Eq. (2.24)를 풀어 임의의 매개변수에 대한 보간계수  $C_q(\mu)$ 를 도출할 수 있다.

본 연구에서는 항공기 날개 형상 변화를 기술하는 기하 변환을 적용한다. 기하 변환을 표현하는 매핑(mapping)이 비아핀 함수인 경우, 쌍일차 형식과 일차 형식의 아핀 분해가 불가능하여 축소기저법을 적용할 수 없다. 이 경우에는 아핀 분해가 가능하도록 경험적 보간법을 사용해야 한다.

$$g(x; \mu) = g_I(x; \mu) = C_1(\mu)h_1(x) + \dots + C_Q(\mu)h_Q(x). \quad (2.23)$$

$$\begin{bmatrix} g(x_1; \mu) \\ \vdots \\ g(x_Q; \mu) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1(x_1) & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & 0 \\ h_Q(x_1) & \dots & h_Q(x_Q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1(\mu) \\ \vdots \\ C_Q(\mu) \end{bmatrix}. \quad (2.24)$$

### III. 항공기 날개구조물의 설계 변수 변화에 따른 신속 정확한 구조해석

#### 1. 정적응축 축소기저요소법을 항공기 날개구조물에 적용하기 위한 절차

정적응축 축소기저요소법을 사용하여 항공기 날개구조를 해석하기 위해서는 시스템을 분해 후 컴포넌트를 설정한 후 컴포넌트 간 연결부위인 포트를 정의하는 과정이 필요하다. 적용대상으로는 Fig. 4의 직사각형 날개 형상의 UAV 날개구조를 선택하였다. 정적응축 축소기저요소법을 처음으로 제안한 연구<sup>(4)</sup>에서는 전체 시스템을 분해하는 과정을 거치지 않고, 컴포넌트를 먼저 구성한 후 각 컴포넌트의 연결을 통해서 새로운 시스템들을 구성하였다. 그러나 정적응축 축소기저요소법을 기존에 이미 존재하는 항공기 날개와 같은 특정 시스템에 적용하기 위해서는 직접 시스템을 분해하는 과정이 필요하다. Figure 4의 날개 구조물을 분해한 뒤 리브, 스파, 날개 표면을 공통 컴포넌트로 식별하였다. 공통 컴포넌트를 식별한 기준은 제조공정에서의 사용되는 부품을 위주로 정하였다. 이는 부품들의 조합을 통해서 제조공정에서 만들어질 수 있는 날개구조들을 표현하기가 용이하기 때문이다. 따라서 컴포넌트들의 연결부위인 포트는 Fig. 4의 우측 하단 컴포넌트 라이브러리의 각 컴포넌트에 파란색으로



표시된 것과 같이 i) 리브와 스파 간의 연결부위와 ii) 리브와 날개 표면 간의 연결부위로 정의되었다. 반복적으로 사용된 리브, 스파, 날개 표면 컴포넌트들을 식별한 이후에는 컴포넌트별로 매개변수를 정의해주는 과정이 필요하다. 매개변수는 필요에 따라 물성치 매개변수가 될 수도 있으며, 기하 변화를 고려한 기하 매개변수가 될 수도 있다. 본 연구에서는 날개의 형상변화만을 고려하였기 때문에 기하 매개변수를 컴포넌트 별로 지정하였다. 정적응축 축소기저요소법은 온라인 단계에서의 신속한 해석을 위해 축소기저요소를 도출하는 오프라인 과정을 먼저 거치는 기법이다. 이 오프라인 과정에서는 i) 포트의 차원 축소와 ii) 축소기저법을 이용한 버블함수공간의 축소를 수행하게 된다. 오프라인 과정은 높은 계산비용이 요구되지만 컴포넌트 트레이닝에 병렬 컴퓨팅이 가능하다. 따라서 계산시간에 대한 부담을 크게 줄일 수 있다.

오프라인 과정을 거친 이후에는, Fig. 4의 라이브러리 내부의 컴포넌트들 간의 포트 결합을 통해서 항공기 날개구조를 재구성할 수 있다. 컴포넌트별로 축소기저요소가 도출되었기 때문에, 컴포넌트들을 활용하여 날개구조를 다시 구성하였을 때의 자유도는 유한요소 해석모델의 자유도에 비해 매우 작다. 따라서 온라인 과정에서는 정의된 매개변수 변화에 대해 신속한 해석 결과를 도출하는 것이 가능하다.

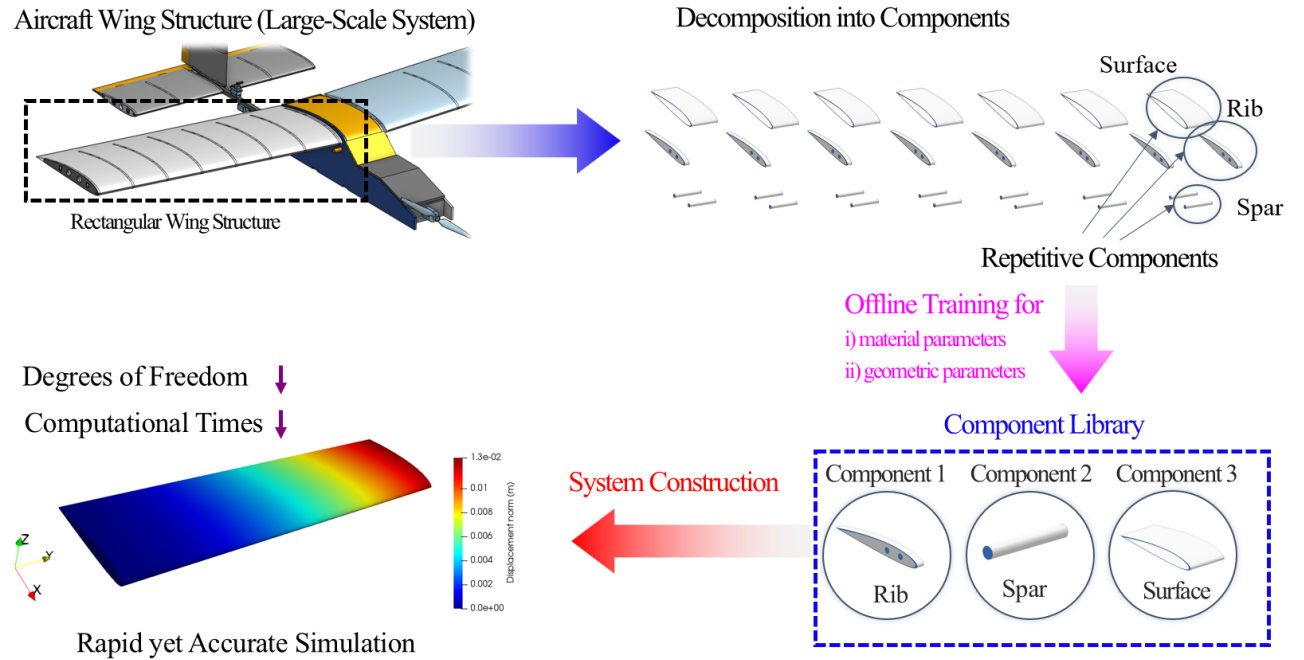


Fig. 4. Procedure of applying a static condensation reduced basis element method to the structural analysis of an aircraft wing

## 2. 항공기 날개의 형상변화를 위한 기하 매개변수화

### 2.1 항공기 날개의 형상변화를 위한 기하 매개변수화 전략

항공기 날개구조의 해석을 위한 매개변수로 물성치 매개변수 혹은 기하 매개변수를 고려할 수 있다. 앞서 Fig. 4에서 재구성된 날개 형상은 직사각형 날개구조를 가진다. 각 컴포넌트에 기하변환 함수를 적절히 정의하여 축소기저요소를 도출할 경우에 새로운 날개구조를 신속히 구성하고 즉각적인 해석이 가능하다. 이번 절에서는 항공기 날개구조의 형상 변화를 위한 기하 매개변수화 전략에 대해서 소개한다. 기하변환을 기술하기 위해, 먼저 기하 매개변수의 도메인  $\mathbb{P}$ 를 정의하고,  $\mathbb{P}$ 에 속하는 기하 매개변수  $\mu_g$ 를 정의하였다. 매개변수 도메인  $\mathbb{P}$ 에서 기하 변환을 적용하기 이전의 래퍼런스 모델을 기술하는 매개변수 값은  $\mu_{g\_ref}$ 로 표현하였다. 시스템의 물성치나 힘과 같은 물리적 매개변수와 달리, 기하 매개변수의 경우 계산공간을 기술하는 도메인의 변화를 수반한다. 따라서 이를 그림으로 설명하기 위해 Fig. 5의 좌측에는 고정된 도메인인 래퍼런스 도메인(reference domain)  $\Omega = \Omega^o(\mu_{g\_ref})$ 을 표현하였고, 여기서 파란색 원으로 표시된 각 컴포넌트들은 초기형상을 기술하는  $\mu_{g\_ref} \in \mathbb{P}$ 의 값을 가진다. Figure 5의 우측에는 기하 매개변수  $\mu_g$ 에 따라 변화되는 도메인인 오리지널 도메인(original domain)  $\Omega^o(\mu_g)$ 을 표현하였다.

여기서 빨간색 원으로 표시된 각 컴포넌트들은 변화된 형상을 기술하는 매개변수  $\mu_g$ 의 값을 가진다. 이 두 가지 도메인 간의 관계는 기하 맵(parametric map)  $T(\cdot; \mu)$ 을 정의하여  $\Omega^o(\mu) = T(\Omega; \mu)$ 의 관계로 설명할 수 있다.

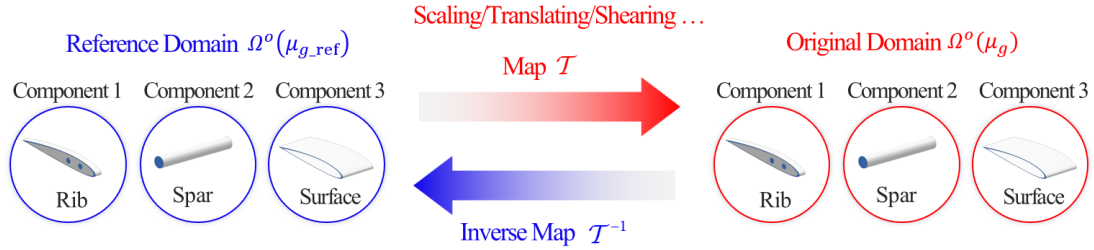


Fig. 5. Geometric transformation of components using a parametric map

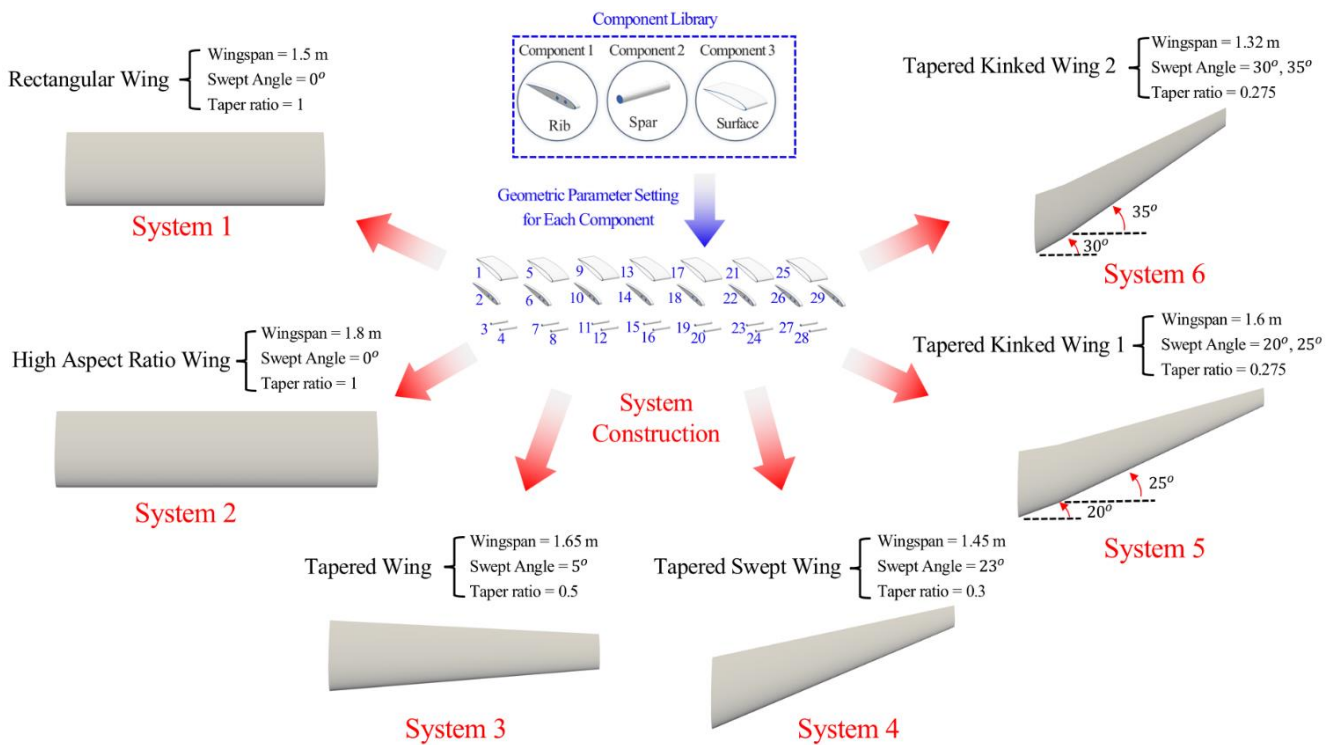


Fig. 6. Construction of various wing configurations using a geometrically parameterized component library

기하 맵  $T(\cdot; \mu)$ 는 팽창변환, 이동변환, 전단변환을 나타내거나 혹은 각 변환들의 조합을 통해서 더 복잡한 형상 변화도 표현 가능하다. 본 연구에서는 날개 형상변화를 위한 기하 맵  $T(\cdot; \mu)$ 를 정의하고, 이를 공통 컴포넌트에 적용하여 오프라인 과정을 수행하였다. 이후에 Fig. 6 상단 중앙에 파란색 점선으로 표현된 컴포넌트 라이브러리를 활용하여 각 컴포넌트들에 기하 매개변수를 개별적으로 적용하고 컴포넌트 간 결합을 통해 새로운 날개 형상을 구성할 수 있다. Figure 2에 기술된 3개의 컴포넌트로부터 파생한 컴포넌트들을 이용하였고, 예시로 Fig. 6에 표현된 6가지의 날개구조물을 구성하였다. System 1은 래퍼런스 도메인에서의 형상인 직사각형 날개를 나타내며, 모든 컴포넌트들은  $\mu_{g\_ref}$ 의 값을 가진다. System 2부터 system 6까지는 오리지널 도메인에 존재하는 컴포넌트들의 결합을 통해 구성되었다. Figure 6은 high aspect ratio wing, tapered wing, tapered swept wing, tapered kinked wing 1, 그리고 tapered kinked wing 2를 예시로 보여주고 있으나, 지정된 매개변수 범위 안에서 무수히 많은 다양한 날개 형상들을 구성할 수 있다. 또한 기하 매개변수에 대해서 컴포넌트가 오프라인 과정을 거친 이후이기 때문에, 새로운 날개 형상을 구축한 후 즉각적인 해석이 가능하다는 장점이 있다.

### 2.2 항공기 날개구조의 형상변화를 위한 기하 매개변수의 정의

본 연구에서는 항공기 날개의 설계 변수인 테이퍼 비, 후퇴각, 그리고 날개 길이를 변화시키며 여러 다양한 형태의 날개구조를 표현하고자 한다. Figure 7에서 날개 길이를  $\mu_w$ 으로, 날개의 후퇴각을  $\mu_s$ , 그리고 테이퍼 비를  $\mu_t$ 으로 표기하였다. 날개가 동체와 연결되는 날개루트의 길이는 고정된 값이며, 지정된 테이퍼 비  $\mu_t$ 에 따라 날개 끝의 코드방향 길이가 달라지도록 설정하였다. 후퇴각과 날개 길이에 대한 기하 변환은, 선형 변환행렬을 사용하여 표현할 수 있다. 이와 달리 테이퍼 비 적용 시, 날개 루트에서 끝으로 갈수록 스패ن 위치에 따라 팽창 변환이 다르게 작용되어야 한다. 이 과정을 거쳐야 연속적으로 작아지는 형태의 테이퍼 날개를 만들 수 있다. 따라서 기하변환 함수를 날개 전체를 기준으로 유도하되, 컴포넌트의 위치를 지정할 수 있는 지역 매개변수  $\mu_p$ 를 도입하여 위치설정(positioning)의 역할을 수행하도록 하였다. 이 위치설정을 수행하는 지역 매개변수  $\mu_p$ 는 개별적인 컴포넌트에 국한되어 적용되며 Fig. 7의 날개에서 스패ن 방향으로의 이동변환을 표현한다. 따라서 날개 전체 형상을 기술하는 전역 매개변수(global parameter)로는 테이퍼 비, 후퇴각, 날개 길이 총 3가지를 고려하였고, 컴포넌트 위치 설정을 위한 지역 매개변수(local parameter)로는 스패น 방향으로의 이동거리를 고려하였다.

Figure 7에서 설정한 종류의 매개변수의 범위와 기준 값들을 Tables 1, 2에 정리하여 나타냈다. 래퍼런스 모델의 날개 길이는 1.5 m이고, 1.2 m부터 1.8 m까지의 범위가 고려되었다. 테이퍼 비 매개변수  $\mu_t$ 는 래퍼런스 모델에서 1의 값을 가지며, 0.275부터 1까지의 범위가 고려되었다. 후퇴각은 초기형상이 직사각형 날개 형상이므로 0의 값을 가진다. 후퇴각 매개변수  $\mu_s$ 의 범위로는 0°부터 35°까지의 범위가 고려되었다. 매개변수  $\mu_p$ 는 컴포넌트가 스패น 방향으로의 이동변환을 통해 날개 전체형상을 구성할 수 있도록 리브와 리브 사이 간격을 더하면서 총 8개의 값을 적용했다.

기하변환 함수를 적용하기 이전에 우선 래퍼런스 도메인에서의 계산공간을 정의하기 위해 Fig. 8과 같이 날개구조를 2차 육면체 요소를 사용하여 이산화 하였다. Figure 8(a)는 날개구조의 isometric view를 보여주며, Fig. 8(b)는 side view를 보여준다. 에어포일 타입으로는 NACA 2412를 사용하였으며 leading edge 부근에는 더 작은 사이즈의 매쉬들이 분포하도록 하였다. 유한요소해석모델의 자유도는 1,641,000으로 매우 높은 자유도를 가진다. 따라서 자유도 100만 이상의 새로운 형상에 대해서 매번 재매쉬 과정을 거쳐가며 해석할 경우 요구되는 비용이 매우 크다. 특히 최적설계와 같이 다양한 형상에 대한 해석결과가 필요한 경우에는 설계자의 입장에서 큰 부담을 가질 수밖에 없다. 기존에 항공기 날개 형상의 설계 변수를 지정하고 해당 날개구조의 매쉬 모델을 자동적으로 생성하는 연구<sup>(7)</sup>가 수행되었으나, 매번 항공기 날개구조의 CATIA 모델을 매쉬 모델로 만드는 과정을 거쳐야 한다는 불편함이 있다. 이를 극복하기 위해 본 연구에서는 정적응축 축소기저요소법에 기반한 컴포넌트들의 기하 매개변수화를 이용하여 새로운 형상에 대한 해석모델을 구성한 후, 재매쉬 과정없이 신속 정확한 해석을 바로 수행할 수 있도록 하는 것에 중점을 둔다. 이를 위해 다음 절부터는 Table 2에 나타난 매개변수에 대한 기하변환 함수를 차례로 정의하였으며, 먼저 Fig. 8의 직사각형 날개 형상으로부터 다른 날개 형상으로의 변환을 설명한다.

Table 1. Values of the local parameters of a wing configuration

Lobal parameter	Value	Unit
Position $\mu_p$	0, 0.21, 0.42, 0.63, 0.84, 1.05, 1.26, 1.47	m

Table 2. Ranges and reference values of the global parameters of a wing configuration

Global parameter	Range	Reference value	Unit
Wingspan $\mu_w$	[1.2, 1.8]	1.5	m
Taper ratio $\mu_t$	[0.275, 1.0]	1	
Swept angle $\mu_s$	[0, 35]	0	°

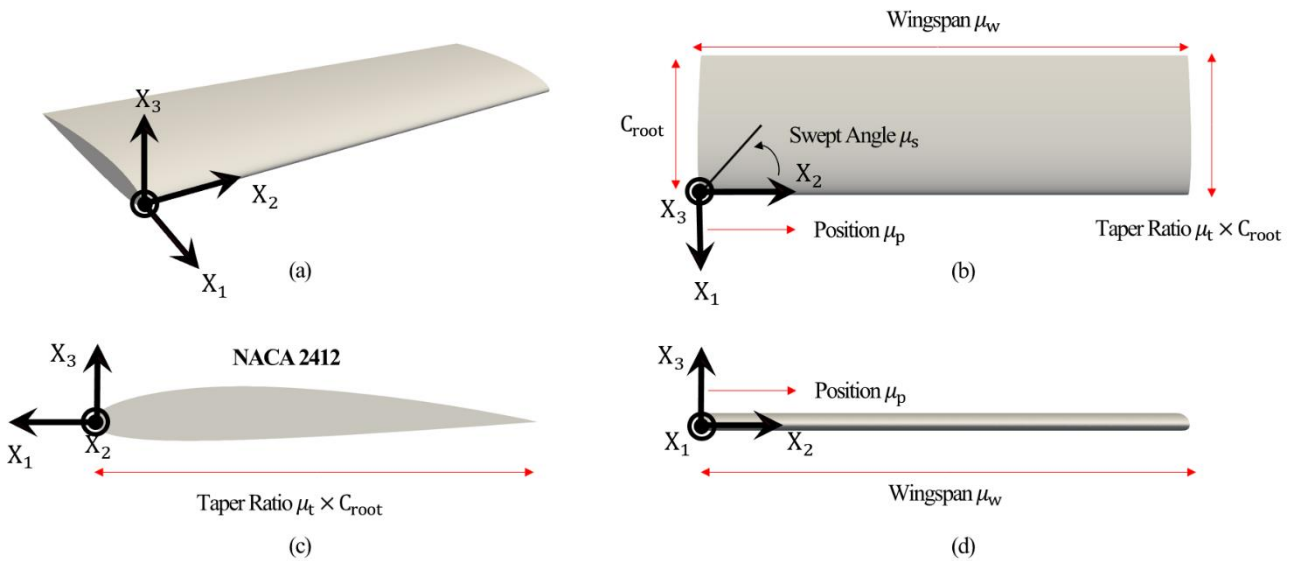


Fig. 7. Geometric parameters of a wing configuration: (a) isometric view, (b) upper view, (c) side view, and (d) front view

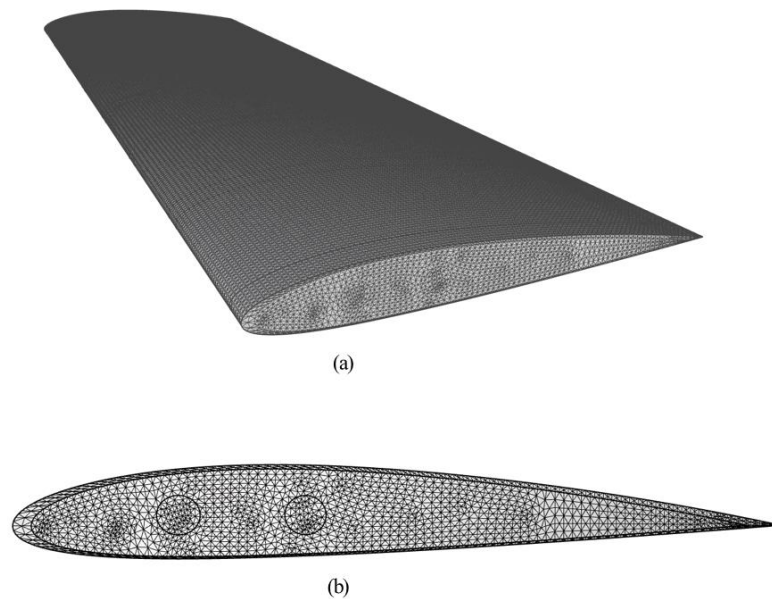


Fig. 8. Discretized wing structure using quadratic 20-node hexahedral elements: (a) isometric view and (b) side view

### 2.3 항공기 날개구조의 형상변화를 위한 기하 변환함수 정의

#### 2.3.1 날개 길이에 대한 기하 변환함수 정의

세 가지 기하 매개변수 중에서 가장 먼저 날개 길이  $\mu_w$  에 대한 기하 변환함수를 정의하였다. 기하변환 전/후를 뷰에 따라 관찰하고자 Fig. 9에는 (a) isometric view, (b) upper view, (c) side view, 그리고 (d) front view로 총 4가지 뷰를 나타내었다. 날개구조의 스패น 방향은 Fig. 9에 표시된 것과 같이  $x_2$  방향이다. 날개 길이를 변화시키기 위해서는 날개구조의 스패น 방향으로 팽창 변환이 수행되어야 한다. 표현하

고자 하는 날개 형상의 길이와 래퍼런스 모델의 날개 형상의 길이의 비  $\mu_w / \mu_{w\_ref}$  를  $X_2$  방향에 대한 팽창변환으로 적용하였다. 그 결과, Fig. 9(b)에서 보이듯이 오리지널 도메인  $\Omega^o(\mu_w)$  에서의 스패น 방향 길이는  $\mu_w / \mu_{w\_ref}$  만큼 팽창변환이 되어  $\mu_w$  의 값을 가지게 된다.

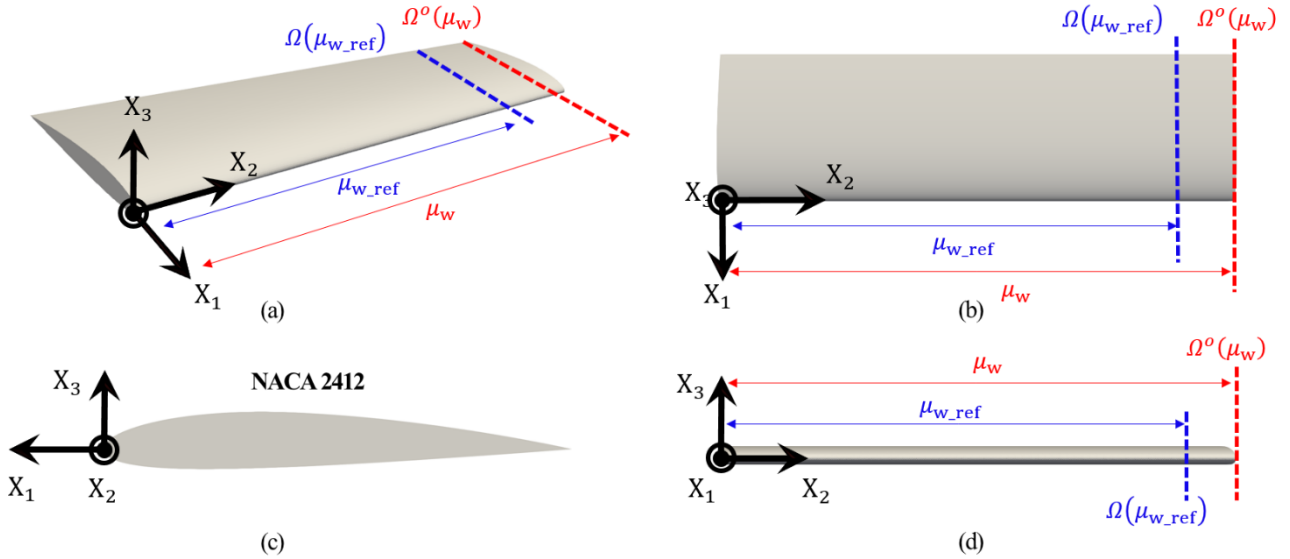


Fig. 9. Geometric transformation of a wing configuration with respect to a wingspan parameter: (a) isometric view, (b) upper view, (c) side view, and (d) front view

이를 수식으로 나타내면  $X_2$  방향으로  $\mu_w / \mu_{w\_ref}$  의 비로 팽창변환이 수행되도록 Eq. (3.1)과 같이 유도하였다. 따라서 Eq. (3.1)을 통해서  $x_1$  과  $x_3$  방향에 대해서는 래퍼런스 모델의 값을 그대로 유지하고, 날개 길이만을 증가시킬 수 있다. 이 변환은 아핀 분해가 가능한 변환이기 때문에, 기하 맵  $\mathcal{T}$  를 선형 변환 행렬  $\mathbf{G}(\mu)$  와 이동행렬  $\mathbf{c}(\mu)$  를 이용하여 Eq. (3.2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} x_1^o \\ x_2^o \\ x_3^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\mu_w}{\mu_{w\_ref}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

$$\mathcal{T}(x; \mu) = \mathbf{G}(\mu)x + \mathbf{c}(\mu), \quad \text{where } \mathbf{G}(\mu_w) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\mu_w}{\mu_{w\_ref}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{and } \mathbf{c}(\mu) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

### 2.3.2 테이퍼 비에 대한 기하 변환함수 정의

이번 절에서는 날개구조의 테이퍼 비  $\mu_t$  에 대한 기하 변환함수를 정의하였다. 날개 형상의 테이퍼 비를 변화시키기 위해서는 날개구조의 루트 지점에서 끝 지점으로 갈수록 점진적으로 작아지는 비선형 팽창변환이 이루어져야 한다. Figure 10(b)에 표시된 루트 지점에서 날개의 코드 길이는 고정되며, 날개 끝으로 갈수록 작아지는 코드의 길이는  $X_1 - X_2$  평면에 존재하는 두 직선  $l_1$  과  $l_2$  간의  $X_1$  방향 길이 차이로 기술될 수 있다. 따라서 테이퍼 비  $\mu_t$  가 정해지면, 그에 상응하는 두 직선  $l_1$  과  $l_2$  를 이용하여 비선형

팽창변환을 수행할 수 있다.

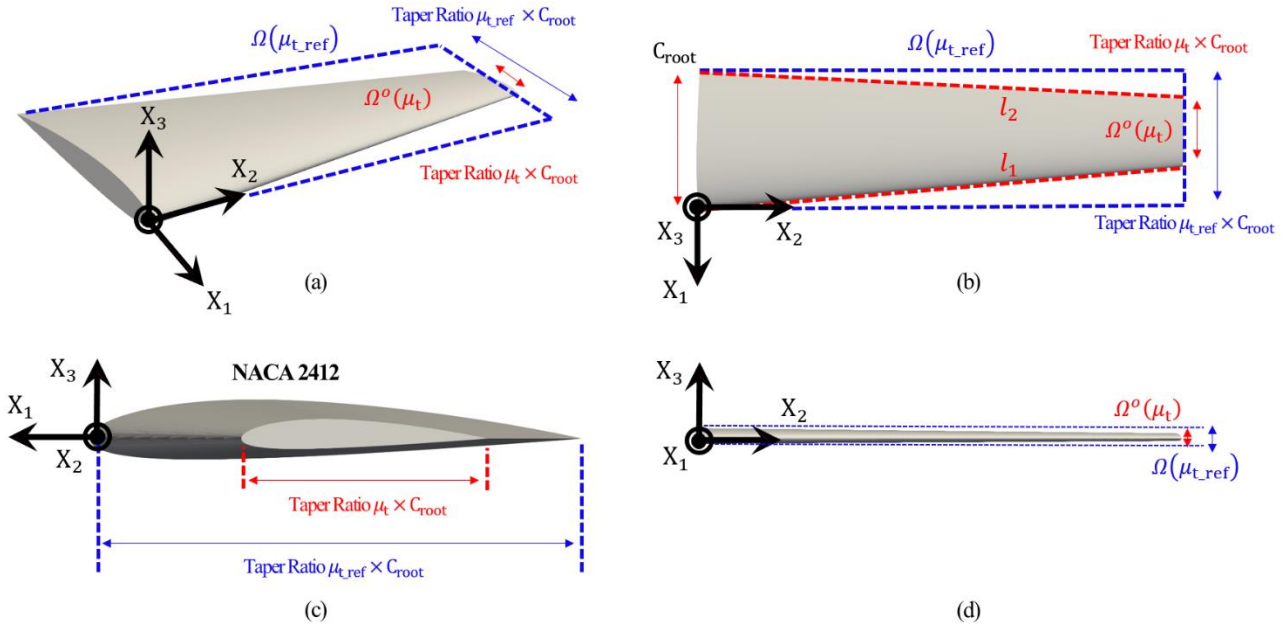


Fig. 10. Geometric transformation of a wing configuration with respect to a taper ratio parameter: (a) isometric view, (b) upper view, (c) side view, and (d) front view

스팬 방향 위치에 따라 적용되는 팽창변환의 정도가 달라지기 때문에, 변환함수를 컴포넌트 별로 적용할 경우에는 앞서 Table 2에서 정의한 지역 매개변수를 이용하여 컴포넌트 별로 위치를 설정해야 한다. 이를 위해  $X_2$  방향으로  $\mu_p$ 만큼 이동변환을 수행한 이후 두 직선  $l_1$ 과  $l_2$  간의  $X_1$  방향 길이 차이는 Eq. (3.3)과 같이 구하였다. 따라서 Eq. (3.3)의 코드 길이 비를 에어포일 형상과 평행한  $X_1$  방향과  $X_3$ 에 대해서 곱해주면 최종 변환 식은 Eq. (3.4)와 같이 정의할 수 있다. 그 결과로 Fig. 10(c)에 보이는 것과 같이 NACA 2412의 형상을 유지하면서 테이퍼 비를 감소시키는 것이 가능하였다. Figure 10(b)에서 볼 경우, 날개 루트 지점에서 끝 지점으로 갈수록 코드 방향 길이가 점진적으로 감소하는 것을 확인할 수 있다.

$$C(x_2) = C_{\text{root}} \times \left\{ 1 - \frac{(x_2 + \mu_p)(1 - \mu_t)}{\mu_{w\_ref}} \right\}, \tag{3.3}$$

$$\begin{bmatrix} x_1^o \\ x_2^o \\ x_3^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\{ 1 - \frac{(x_2 + \mu_p)(1 - \mu_t)}{\mu_{w\_ref}} \right\} x_1 \\ x_2 + \mu_p \\ \left\{ 1 - \frac{(x_2 + \mu_p)(1 - \mu_t)}{\mu_{w\_ref}} \right\} x_3 \end{bmatrix}. \tag{3.4}$$

### 2.3.3 후퇴각에 대한 기하 변환함수 정의

마지막으로 날개 후퇴각  $\mu_s$ 에 대한 기하 변환함수를 정의하였다. Figure 11에는 후퇴각 변화에 따른 날개 구조를 4가지 뷰에서 바라본 모습을 나타내었다. Figure 9(b)에서 확인할 수 있듯이, 날개의 후퇴각을 변화시키기 위해서는 후퇴각  $\mu_s$ 만큼의 전단변환이 적용되어야 한다. 후퇴각  $\mu_s$ 에 대한 전단변환을 Eq.

(3.5)와 같이 정의하였고, 이 전단변환은 날개를 구성하는 모든 컴포넌트에 대해서 동일하게 적용된다. 이 변환은 아핀 분해가 가능한 변환이기 때문에, 기하 맵  $\mathcal{T}$  를 선형 변환행렬  $\mathbf{G}(\mu)$  와 이동행렬  $c(\mu)$  를 이용하여 Eq. (3.6)과 같이 나타낼 수 있다. Equation (3.6)을 이용한 기하변환의 적용 결과로, Fig. 11 (c) 에 보이는 것과 같이 에어포일의 형상을 유지하면서 전단변환이 수행되었음을 확인할 수 있다.

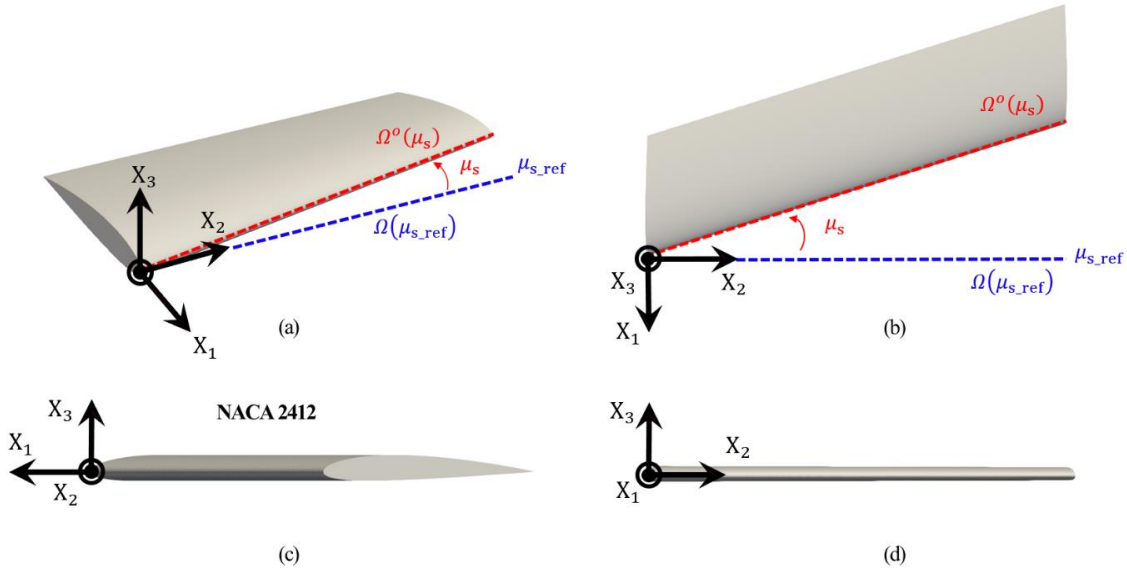


Fig. 11. Geometric transformation of a wing configuration with respect to a swept angle parameter: (a) isometric view, (b) upper view, (c) side view, and (d) front view

$$\begin{bmatrix} x_1^o \\ x_2^o \\ x_3^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\tan(\mu_s) & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad (3.5)$$

$$\mathcal{T}(x; \mu) = \mathbf{G}(\mu)x + c(\mu), \quad \text{where } \mathbf{G}(\mu_s) = \begin{bmatrix} 1 & -\tan(\mu_s) & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad c(\mu) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

### 2.3.4 기하 변환함수의 합성

이번 절에서는 앞서 정의한 세 가지 기하 변환함수들의 합성함수를 유도하였다. 세 가지 기하 변환함수를 합성하기 위한 첫 번째 단계로, 각 변환을 기술하는 함수들을 고려하여 Eq. (3.7)과 같이 유도하였다. 그러나 Eq. (3.7)이 나타내는 변환함수의 경우 3가지 기하 매개변수들이 독립적으로 작용하지 못하기 때문에, 이를 해결하기 위해 보정항  $\Delta x_1$  를 더해주어야 한다. 공간상에서  $\Delta x_1$  가 가지는 의미를 설명하기 위해 Fig. 12에  $\Delta x_1$  의 크기를 나타냈다. Figure 12의 파란색으로 표현된 후퇴각  $\mu_{s,1}$  이 적용된 상태에서는, 전체 날개 형상이  $\mu_{s,1}$  의 값을 가진다. 여기서 날개 길이만을  $\mu_{s,1}$  에서  $\mu_{s,2}$  로 변화시키기 위해  $X_2$  방향으로 팽창변환을 시킬 경우에는  $\mu_{s,1}$  가  $\mu_{s,2}$  으로 변할 뿐만 아니라  $\mu_{s,1}$  또한  $\mu_{s,2}$  으로 변화하게 된다. 따라서  $\mu_{s,2}$  에서 다시  $\mu_{s,1}$  으로 변환해주는 보정항  $\Delta x_1$  이 필요하다. 이 보정항은 Fig. 12에서  $X_1-X_2$  평면 위에 존재하는 직선 두 직선  $l_1$  과  $l_2$  간의  $X_1$  방향 길이 차이를 구함으로써 Eq. (3.8)의  $\Delta x_1$  와 같이 유도할 수 있다. 후퇴각과 달리 테이퍼 비는 날개길이 변화에 영향을 받지 않으므로, 보정항이 요구되지 않는다. 최종적으로 후퇴각에 대한 보정항이 고려되어 완성된 세 가지 기하 매개변수가 독립적으로 작용하는 기하 변환함수는 Eq. (3.9)와 같다. 앞서 제시했던 Fig. 6의 6개 날개 형상들의 예

시는 Table 1의 매개변수에 대한 Eq. (3.9)를 컴포넌트 별로 적용한 이후, 축소기저요소를 도출하고 포트 결합을 통해서 구성할 수 있다.

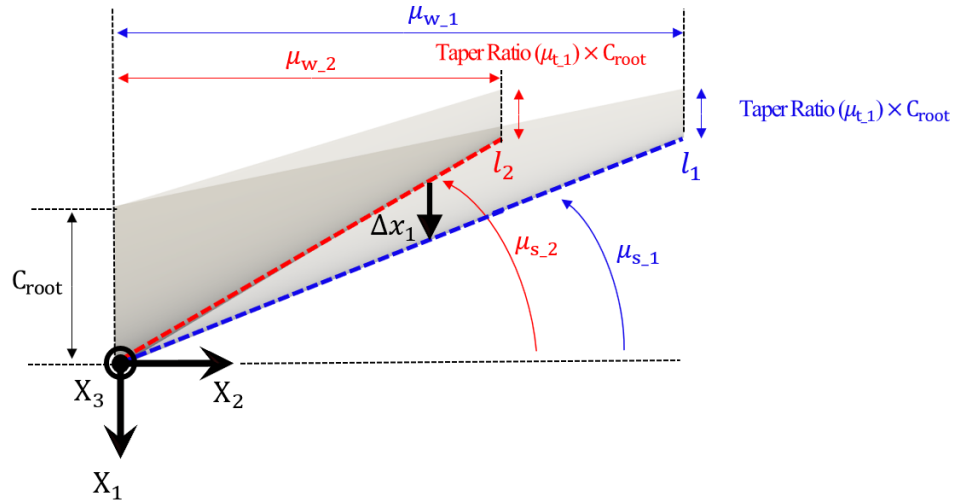


Fig. 12. Description of  $\Delta x_1$

$$\begin{bmatrix} x_1^o \\ x_2^o \\ x_3^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\{ 1 - \frac{(x_2 + \mu_p)(1 - \mu_t)}{\mu_{w\_ref}} \right\} x_1 - (x_2 + \mu_p) \tan \mu_s \\ x_2 + \mu_p \\ \left\{ 1 - \frac{(x_2 + \mu_p)(1 - \mu_t)}{\mu_{w\_ref}} \right\} x_3 \end{bmatrix}. \quad (3.7)$$

$$\Delta x_1 = (x_2 + \mu_p) \tan \mu_s \left\{ -\frac{\mu_w}{\mu_{w\_ref}} + 1 \right\}. \quad (3.8)$$

$$\begin{bmatrix} x_1^o \\ x_2^o \\ x_3^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\{ 1 - \frac{(x_2 + \mu_p)(1 - \mu_t)}{\mu_{w\_ref}} \right\} x_1 - (x_2 + \mu_p) \tan \mu_s + \Delta x_1 \\ x_2 + \mu_p \\ \left\{ 1 - \frac{(x_2 + \mu_p)(1 - \mu_t)}{\mu_{w\_ref}} \right\} x_3 \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

### 3. 순항 조건에서 항공기 날개 구조물에 작용하는 하중분포 계산

항공기 날개 구조물의 선형 정탄성 해석에 필요한 날개 표면에 작용하는 하중분포를 도출하기 위해서 NASA에서 개발하여 공개한 OpenVSP에 부착된 와류격자법(vortex lattice method, VLM) 기반 공력해석 도구인 VSPAERO<sup>(12)</sup>를 이용하였다. 본 연구에서는 UAV의 마하수 0.3의 아음속 기동과 받음각 0°에서의 순항조건을 고려하여 공력해석을 진행하였다. 공력해석 대상이 된 날개 구조물은 Fig. 6에서의 재구성된



system 1부터 system 6까지를 모두 고려하였고, 스패 위치에 따른 양력분포를 Fig. 13에 나타내었다. 날개의 총 7 지점에서 양력계수를 도출하였고, 스플라인 함수를 이용하여 각 지점들을 보간하였다. 그 결과 테이퍼 비가 1인 system 1과 2의 경우 날개 중앙 부근에서 가장 양력이 강하게 분포하고, 날개 끝으로 갈수록 감소하는 양상을 보였다. 반면에 테이퍼 비가 0.5 혹은 그 이하를 가지는 systems 3~6의 경우 날개 끝으로 오히려 작용하는 양력의 세기가 증가하였다.

도출된 양력 분포를 이용하여 날개 구조물에 하중을 적용하기 위해 Fig. 14와 같이 날개를 총 7 부분으로 나누고, 스패 방향에 따라 변화되는 양력 분포를 날개 윗면에 적용하였다. 날개의 끝 면은 동체와 연결되는 부분으로써 고정 경계조건을 부여하였다.

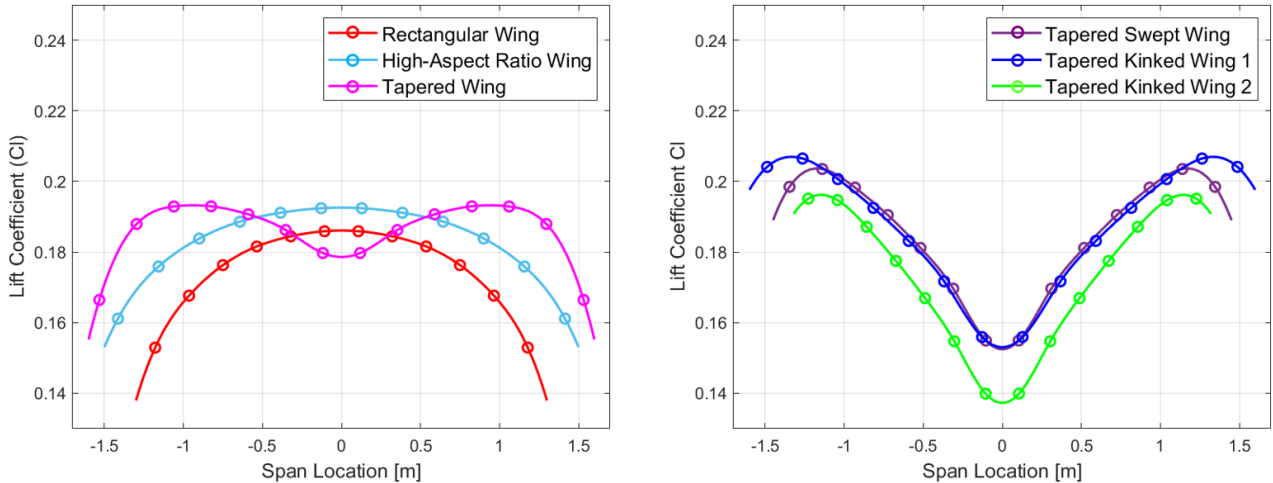


Fig. 13. Lift distributions of 6 wing configurations for a cruise condition: AOA = 0° and M = 0.3

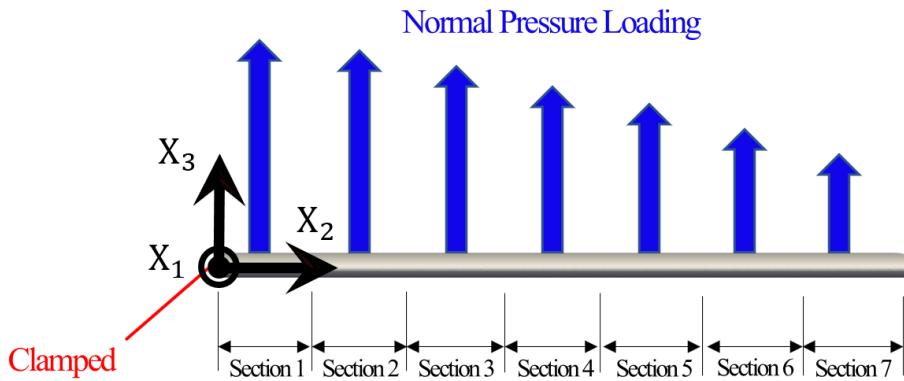


Fig. 14. Boundary conditions of a wing structure

#### 4. 항공기 날개구조물의 선형 정탄성 해석결과

##### 4.1 항공기 날개구조물의 선형 정탄성 해석결과: Rectangular Wing

첫 번째 해석 대상으로, 기하변환이 적용되지 않은 래퍼런스 날개 형상인 직사각형 날개를 선정하였다. 총 29개의 컴포넌트를 결합하여 구성하였으며, 적용된 매개변수 값을 Fig. 15(a)와 같이 나타냈다. 각 컴포넌트들의 인덱스는 앞서 Fig. 6의 컴포넌트 옆에 표현된 파란색 번호를 참조하였다. 래퍼런스 모델의 경우 날개 길이, 테이퍼 비, 그리고 후퇴각이 모두 래퍼런스 값을 가진다. 컴포넌트의 위치설정을 따로 고려할 필요가 없으므로 컴포넌트의 위치설정을 수행하는 지역 매개변수  $\mu_p$ 는 모두 0의 값이 사용되었다. 해석을 위해 상용 프로그램 Akselos<sup>(17)</sup>가 사용되었으며, Akselos 클라우드 서버에서 온라인 계산을 수행하였다. 선형 정탄성 해석을 수행한 뒤 Fig. 15에 해석 결과를 나타내었다. Figure 15의 (b), (c), (d)에는 scRBE 해석 결과, FE 해석 결과, 그리고 FE와 scRBE 해석 결과 간의 절대오차분포를 나타냈다. Figure 15에서 (b)와 (c)의 분포를 비교하였을 때 거의 동일하였다. Figure 15(d)를 살펴보면 절대오

차의 오더가 변위분포의 오더보다 3단계 낮아져 절대오차가 작음을 확인하였다. 변위의 절대상대오차의 경우 0.37%로 계산되었다. 해석시간의 경우 scRBE 해석에는 0.37 s가 소요되어 561 s가 소요된 FE 해석보다 1500배 빨랐다.

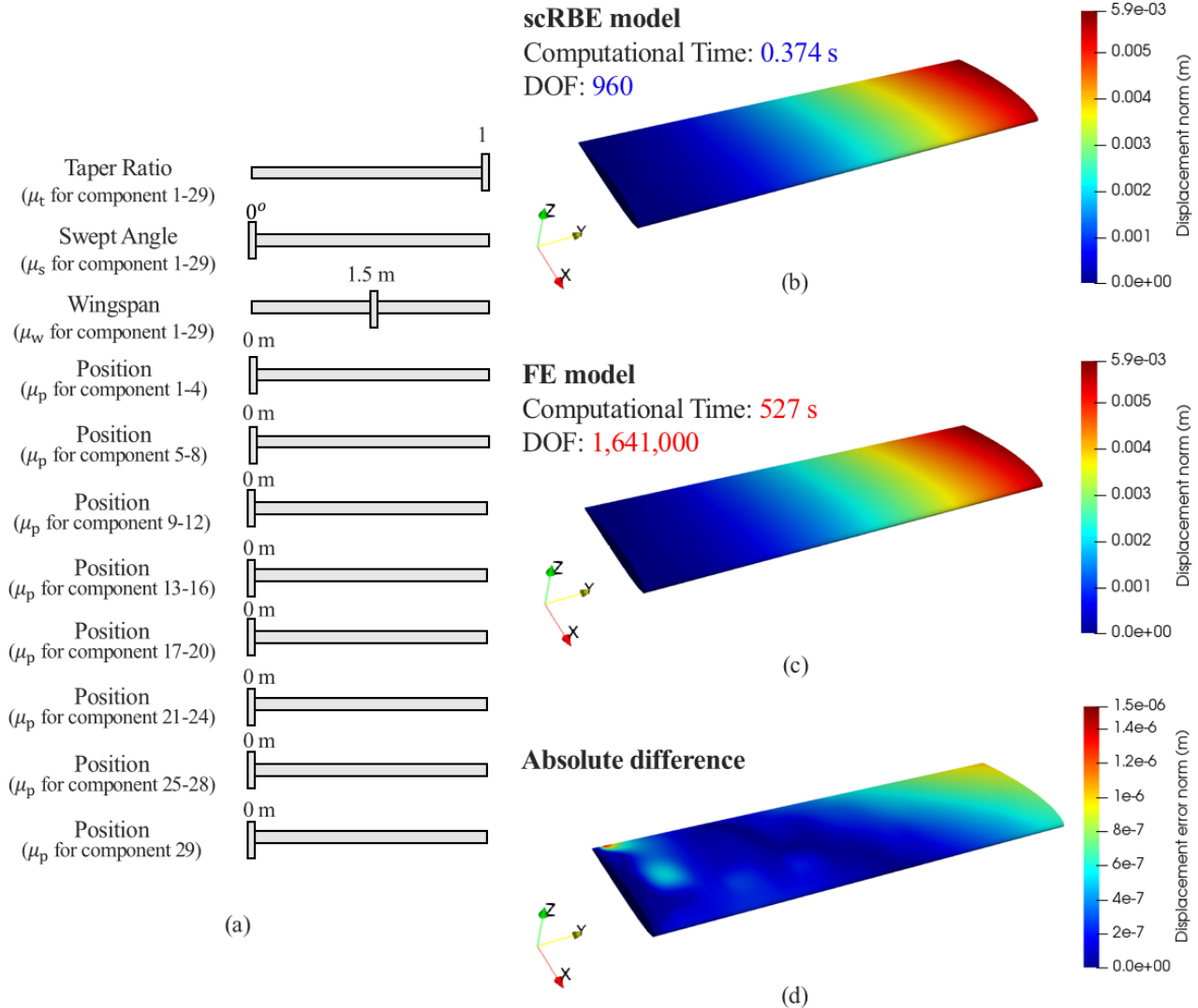


Fig. 15. Linear elastostatic analyses of a rectangular wing: (a) geometric parameter values, (b) displacement norms of the scRBE model, (c) displacement norms of the FE model, and (d) absolute differences of displacement norms between the two models

#### 4.2 항공기 날개구조의 선형 정탄성 해석결과: High Aspect Ratio Wing

두 번째 해석대상으로 높은 종횡비를 가지는 날개를 구성하기 위해 날개 길이를 조절하는 매개변수  $\mu_w$ 를 최대값인 1.8 m로 설정하였다. 종횡비를 늘리되 직사각형 날개 형상을 유지하였기 때문에, 테이퍼비와 후퇴각은 래퍼런스 값인 1과  $0^\circ$ 가 적용되었다. 컴포넌트 29개에 대해서 적용된 매개변수의 값은 Fig. 16(a)에 표시하였다. 테이퍼 비가 래퍼런스 값을 가짐에 따라 컴포넌트의 위치설정을 따로 고려할 필요가 없으므로 컴포넌트의 위치설정을 수행하는 지역 매개변수  $\mu_p$ 는 모두 0의 값이 사용되었다. 선형 정탄성 해석을 수행한 뒤 Fig. 16에 해석 결과를 나타냈다. Figure 16의 (b), (c), (d)에는 scRBE 해석 결과, FE 해석 결과, 그리고 FE와 scRBE 해석 결과 간의 절대오차분포를 나타냈다. Figure 16에서 (b)와 (c)의 분포를 비교하였을 때 거의 동일하였다. Figure 16(d)를 살펴보면 절대오차의 오더가 변위분포의 오더보다 4단계 낮아져 절대오차가 작음을 확인하였다. 변위의 절대상대오차는 0.25%로 계산되었다. 해석시간의 경우 scRBE 해석에는 0.83 s가 소요되어 564 s가 소요된 FE 해석보다 679.52배 빨랐다.

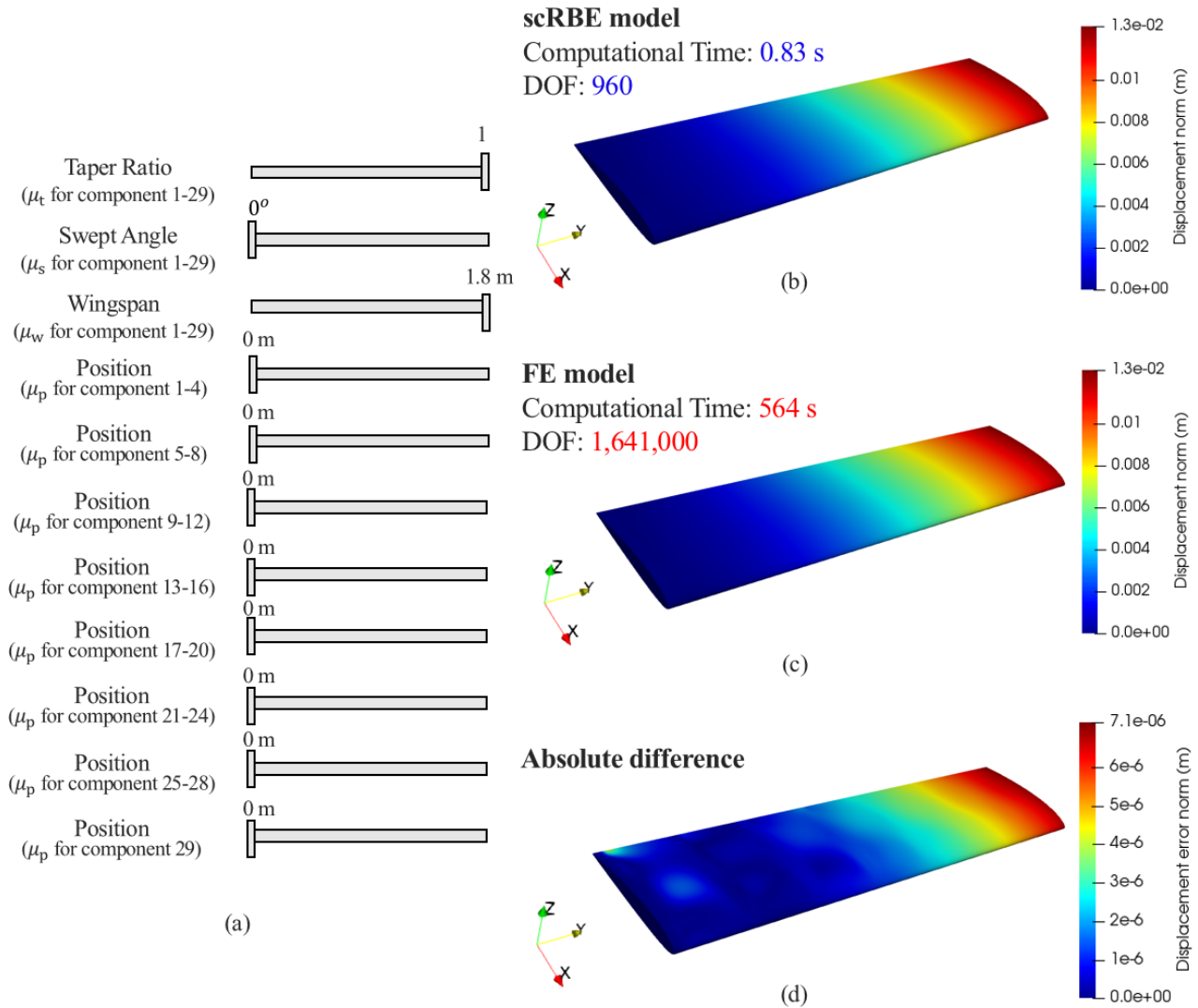


Fig. 16. Linear elastostatic analyses of a high-aspect-ratio wing: (a) geometric parameter values, (b) displacement norms of the scRBE model, (c) displacement norms of the FE model, and (d) absolute differences of displacement norms between the two models

### 4.3 항공기 날개구조의 선형 정탄성 해석결과: Tapered Wing

세 번째 해석대상으로 테이퍼 비가 0.5이고, 날개 길이가 초기 모델보다 10% 증가한 날개 형상을 구성하였다. 따라서 컴포넌트 전체에 대해서는 테이퍼 비  $\mu_t$ 는 0.5의 값이 적용되고, 날개 길이  $\mu_w$ 는 1.65 m의 값이 적용되었다. 컴포넌트 29개에 대해서 적용된 매개변수의 값은 Fig. 17(a)에 표시하였다. 테이퍼 날개를 구성하기 위해서는 테이퍼 비  $\mu_t$ 를 변화시켜야 하기 때문에 컴포넌트의 위치설정을 따로 고려해주어야 한다. 따라서 Fig. 17(a)에 보이는 것과 같이 지역 매개변수  $\mu_p$ 는 날개의 동체부에서 끝으로 감에 따라 점진적으로 큰 값이 사용되었으며, 테이퍼 비가 적용된 날개의 전체를 구성하기 위해 7개의 값이 모두 사용되었다. 선형 정탄성 해석을 수행한 뒤 Fig. 17의 (b), (c), (d)에는 scRBE 해석 결과, FE 해석 결과, 그리고 FE와 scRBE 해석 결과 간의 절대오차분포를 나타냈다. Figure 17에서 (b)와 (c)의 분포를 비교하였을 때 거의 동일하였다. Figure 17(d)를 살펴보면 절대오차의 오더가 변위분포의 오더보다 3단계 낮아져 절대오차가 작음을 확인하였다. 변위의 절대상대오차는 0.41%로 계산되었다. 해석시간의 경우 scRBE 해석에는 0.384 s가 소요되어 555 s가 소요된 FE 해석보다 144.53배 빨랐다.

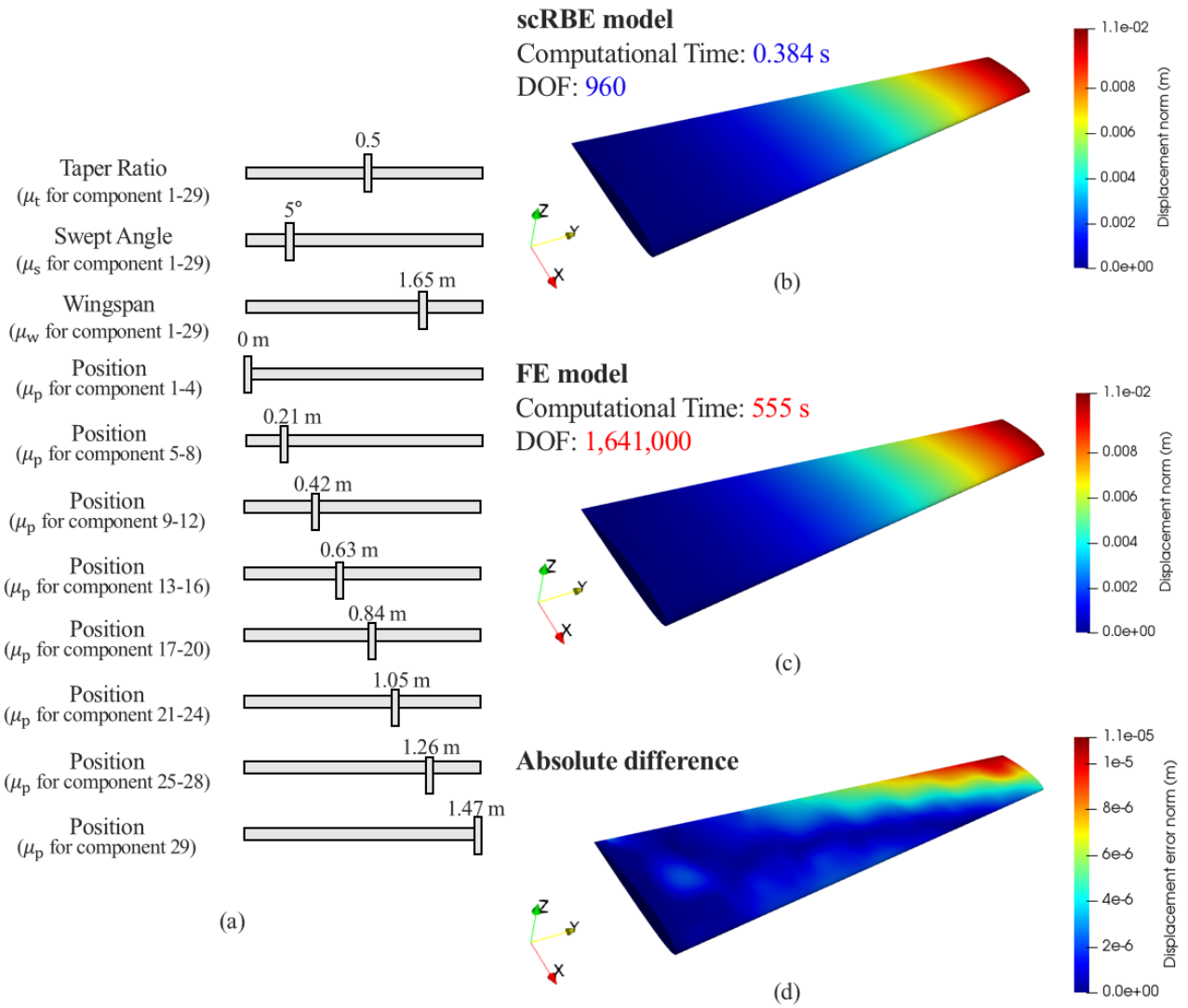


Fig. 17. Linear elastostatic analyses of a tapered wing: (a) geometric parameter values, (b) displacement norms of the scRBE model, (c) displacement norms of the FE model, and (d) absolute differences of displacement norms between the two models

#### 4.4 항공기 날개구조의 선형 정탄성 해석결과: Tapered Swept Wing

네 번째 해석대상으로 테이퍼 비가 0.5이고, 후퇴각을 23°까지 증가시킨 날개 구조를 구성하고 선형 정탄성 해석을 수행하였다. 컴포넌트 전체에 대해서 테이퍼 비  $\mu_t$ 는 0.5의 값이 적용되고, 날개 길이  $\mu_w$ 는 1.45 m의 값이 적용되었다. 컴포넌트 29개에 대해서 적용된 매개변수의 값은 Fig. 18(a)에 표시하였다. 테이퍼 비  $\mu_t$ 를 변화시켜야 하기 때문에 컴포넌트의 위치설정을 따로 고려해주어야 한다. 따라서 Fig. 18(a)에 보이는 것과 같이 지역 매개변수  $\mu_p$ 는 날개의 동체부분에서 끝으로 감에 따라 점진적으로 큰 값이 사용되었으며, 테이퍼 비가 적용된 날개의 전체를 구성하기 위해 7개의 값이 모두 사용되었다. 선형 정탄성 해석을 수행한 뒤 Fig. 18에 해석 결과를 나타냈다. Figure 18의 (b), (c), (d)에는 scRBE 해석 결과, FE 해석 결과, 그리고 FE와 scRBE 해석 결과 간의 절대오차분포를 나타냈다. Figure 18에서 (b)와 (c)의 분포를 비교하였을 때 거의 동일하였으며, 변위의 절대상대오차는 2.87%로 계산되었다. 해석시간의 경우 scRBE 해석에는 0.741 s가 소요되어 543 s가 소요된 FE 해석보다 732.79배 빨랐다.

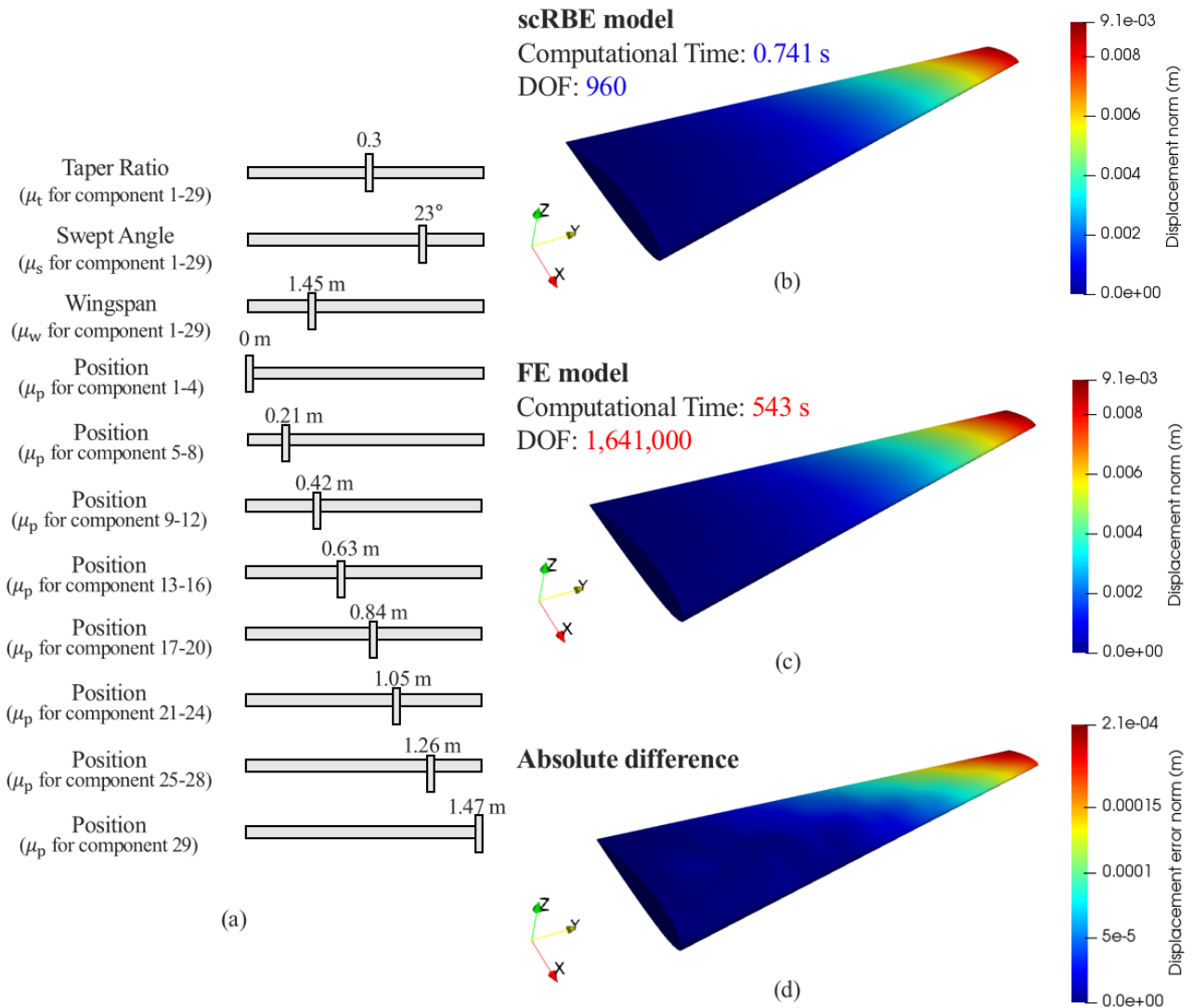


Fig. 18. Linear elastostatic analyses of a tapered swept wing: (a) geometric parameter values, (b) displacement norms of the scRBE model, (c) displacement norms of the FE model, and (d) absolute differences of displacement norms between the two models

#### 4.5 항공기 날개구조의 선형 정탄성 해석결과: Tapered Kinked Wing 1

다섯 번째 해석 대상으로 두 개의 후퇴각이 적용된 날개를 구성하였다. 컴포넌트 개별적으로 매개변수를 지정할 수 있기 때문에, 후퇴각이 2개 혹은 그 이상이 적용된 날개도 구성이 가능하다. 총 29개의 컴포넌트를 결합하여 구성하였고, 적용된 매개변수 값을 Fig. 19(a)에 나타내었다. 컴포넌트의 위치설정을 수행하는 지역 매개변수  $\mu_p$ 는 날개의 동체부분에서 끝으로 강에 따라 점진적으로 큰 값이 적용되었으며, 테이퍼 비가 적용된 날개의 전체를 구성하기 위해 7개의 값이 모두 사용되었다. 선형 정탄성 해석을 수행한 뒤 Fig. 19에 해석 결과를 나타냈다. Figure 19의 (b), (c), (d)에는 scRBE 해석 결과, FE 해석 결과, 그리고 FE와 scRBE 해석 결과 간의 절대오차분포를 나타냈다. Figure 19에서 (b)와 (c)의 분포를 비교하였을 때 거의 동일하였으며, 변위의 절대상대오차는 2.83%로 계산되었다. 해석시간의 경우 scRBE 해석에는 0.329 s가 소요되어 546 s가 소요된 FE 해석보다 1659.57배 빠르게 해석결과를 도출하였다.

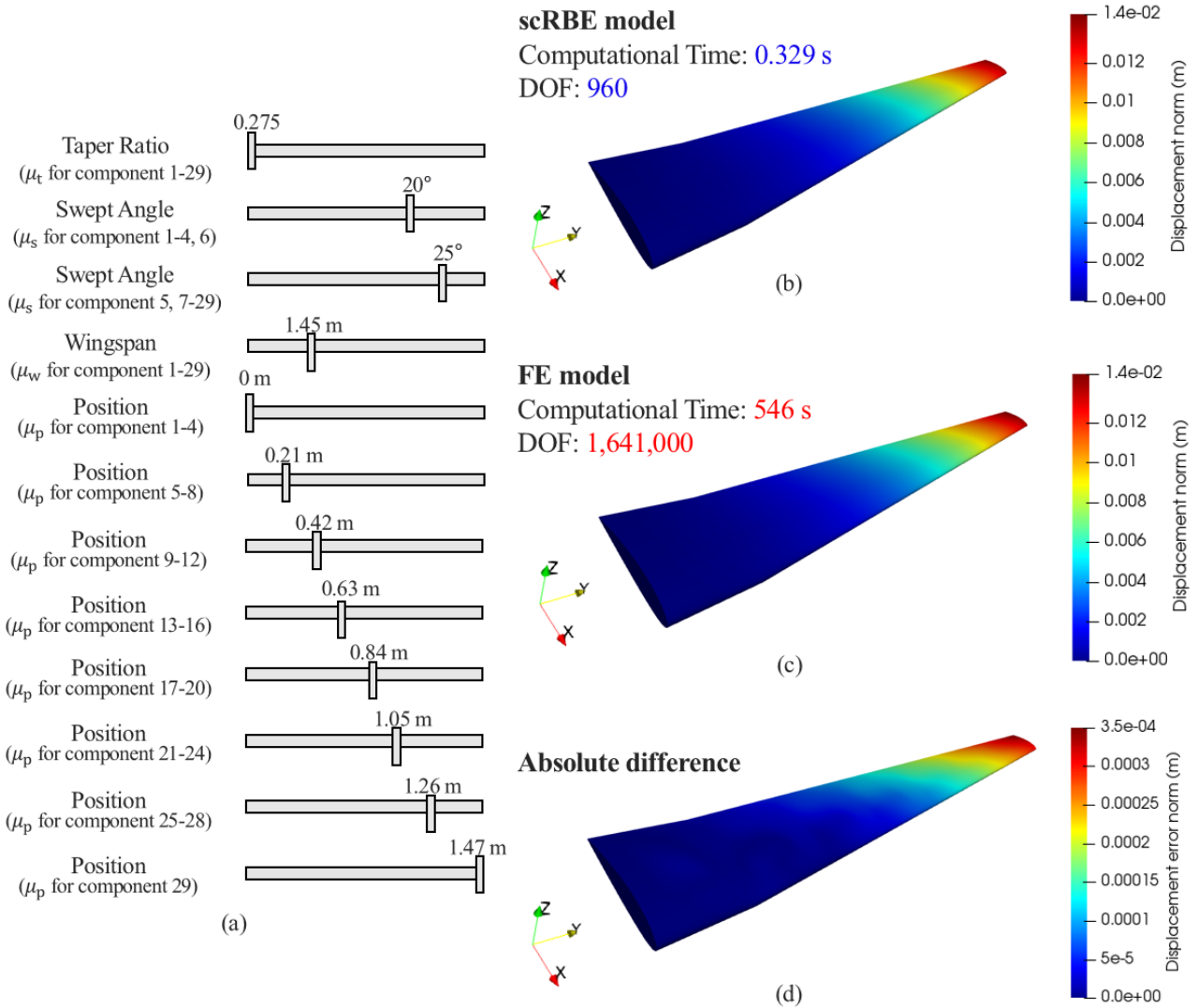


Fig. 19. Linear elastostatic analyses of a tapered kinked wing 1: (a) geometric parameter values, (b) displacement norms of the scRBE model, (c) displacement norms of the FE model, and (d) absolute differences of displacement norms between the two models

#### 4.6 항공기 날개구조의 선형 정탄성 해석결과: Tapered Kinked Wing 2

마지막 해석 대상으로 4.5절의 tapered kinked wing 1과 동일하게 두 개의 후퇴각이 적용된 날개를 구성하되, 후퇴각의 크기를 더 증가시켰다. 총 29개의 컴포넌트를 결합하여 구성하였고, 적용된 매개변수 값을 Fig. 20(a)와 같이 나타내었다. 컴포넌트의 위치설정을 수행하는 지역 매개변수  $\mu_p$ 는 날개의 동체 부분에서 끝으로 감에 따라 점진적으로 큰 값이 적용되었으며, 테이퍼 비가 적용된 날개의 전체를 구성하기 위해 7개의 값이 모두 사용되었다. 선형 정탄성 해석을 수행한 뒤 Fig. 20에 해석 결과를 나타냈다. Figure 20의 (b), (c), (d)에는 scRBE 해석 결과, FE 해석 결과, 그리고 FE와 scRBE 해석 결과 간의 절대오차분포를 나타냈다. Figure 20에서 (b)와 (c)의 분포를 비교하였을 때 거의 동일하였으며, 변위의 절대오차분포는 2.71%로 계산되었다. 해석시간의 경우 scRBE 해석에는 0.429 s가 소요되어 576 s가 소요된 FE 해석보다 1342.66배 빨랐다.

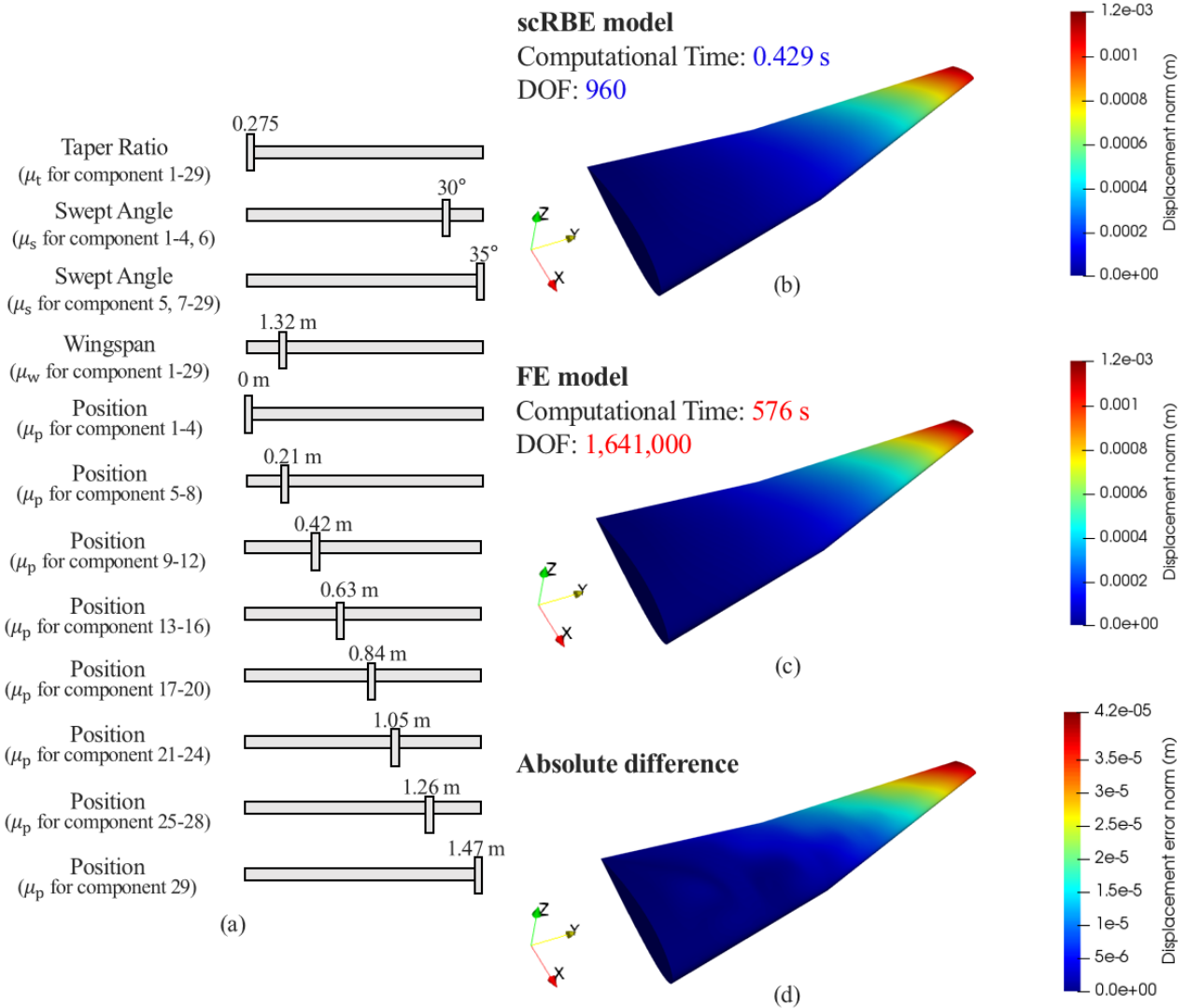


Fig. 20. Linear elastostatic analyses of a tapered kinked wing 2: (a) geometric parameter values, (b) displacement norms of the scRBE model, (c) displacement norms of the FE model, and (d) absolute differences of displacement norms between the two models

5. 계산효율과 정확도 측면에서 해석결과 분석

5.1 계산효율 측면에서 해석결과 분석

이번 절에서는 앞서 수행한 항공기 날개구조물의 선형 정탄성 해석결과를 계산효율 측면에서 검토하였다. Table 3에는 FE와 scRRB 모델 간의 자유도를 나타내었다. 예시로 해석을 수행한 Fig. 6의 날개 형상 6가지는 모두 29개의 컴포넌트를 사용하여 구성하였다. 따라서 systems 1-6의 FE 모델의 자유도는 동일하게 1,641,000을 가진다. 축소기저요소가 도출된 컴포넌트를 연결하여 구축한 scRBE 모델은 FE 모델의 자유도보다 훨씬 작은 960의 자유도를 가진다. 따라서 Table 3에 나타낸 것과 같이 170,937.5%의 자유도를 축소할 수 있었다.

Table 3. DOF comparison between FE and scRBE models

FE model	scRBE model	Reduction rate (%)
1,641,000	960	170,937.5

정적응축 축소기저요소법을 사용하여 FE 모델의 자유도를 축소함으로써, 6가지 날개 형상에 대해서 신속한 해석결과 도출이 가능하였다. Table 4에는 각 날개 형상 별 FE 해석과 scRBE 해석 시에 소요되는 시간을 정리하여 나타냈으며, 추가로 해석시간 감소율도 나타내었다. Table 4에서 날개 형상에 따라 미세한 해석시간 차이가 존재하였지만 FE 해석의 경우 500 s 이상이 매 해석마다 소요되는 것을 확인하였다. 이에 반해, scRBE 해석에서는 1 s가 넘어가지 않을 정도로 신속한 해석이 가능하였다. 항공기 날개 설계의 관점에서, 설계 변수의 변화에 따른 날개 구조물의 1회 해석마다 500초 이상으로 소요된다면 신속한 설계가 상당히 어렵다. 본 연구에서는 날개의 설계 변수를 변화시키며 높은 계산효율을 달성하는 것이 가능하였다.

Table 4. Online computation times of FE and scRBE models for 6 wing configurations

Model	FE analysis time (s)	scRBE analysis time (s)	Speedup ratio
Rectangular wing	561	0.374	1500
High aspect ratio wing	564	0.83	679.51
Tapered wing	555	0.384	1445.31
Tapered swept wing	543	0.741	732.79
Tapered kinked wing 1	546	0.329	1659.57
Tapered kinked wing 2	576	0.429	1342.66

### 5.2 정확도 측면에서의 해석결과 분석

이번 장에서는 scRBE 해석의 정확도에 대해서 검토하였다. 오차를 정량적으로 계산하기 위해 변위의 절대상대오차  $\epsilon$ 를 Eq. (3.10)과 같이 계산하였다.

$$\epsilon = \frac{\|u^{FE} - u^{scRBE}\|_2}{\|u^{FE}\|_2} \times 100\% . \tag{3.10}$$

Table 5에는 systems 1-6에 대한 선형 정탄성 해석결과의 오차를 정리하였다. 날개 형상 6가지 모두에 대해서, Table 5에 나타냈듯이 0.25%~2.87%의 오차를 가짐을 확인하였다. 그러나 Table 5에 정리된 날개 형상 6가지만으로는 매개변수 범위 전체에 대한 scRBE 해석의 오차를 파악하기 힘들기 때문에, 매개변수 도메인에서 100개의 무작위 매개변수 샘플을 이용하여 FE 대비 scRBE 해석의 오차를 계산하였다. 샘플링 기법으로는 라틴 하이퍼큐브 샘플링(Latin Hypercube Sampling, LHS)<sup>(16)</sup>을 이용하였다. 이 샘플링 기법은 표본공간의 범위를  $n$ 개의 범위로 나눈 이후 각 구간에서 하나씩 추출하되 중복되지 않게 총  $n$ 개를 뽑는 방식을 사용한다. 따라서 적은 샘플로도 모집단의 특성을 잘 반영할 수 있다는 장점이 있다. 기하 매개변수 도메인에서 100개의 샘플을 추출하였으며, Eq. (3.10)을 이용하여 절대상대오차를 계산한 이후 Fig. 21에 산점도로 나타내었다. Figure 21에서 그래프의 각 축은 기하 매개변수 3가지를 나타내며, 각 점들은 샘플링된 기하 매개변수들을 나타낸다. 각 매개변수 값에서의 FE 해석 대비 scRBE 해석의 오차는 Fig. 20의 우측 컬러바를 통해서 표현하였다. 오차 정도에 따른 빈도수를 확인하기 위해 Fig. 22에 히스토그램을 그렸다. 100개 샘플에 대해서, FE와 scRBE 해석의 오차는 최소 0.24%에서부터 최대 6.89%까지 계산되었으며, 평균은 2.642%, 표준편차는 1.93%으로 계산되었다. 100개 샘플 중 13개가 5% 이상 6.89% 미만의 절대상대오차를 가졌지만, 나머지 87개 샘플에서는 절대상대오차가 0.241% 이상 5% 미만으로 분포하여 높은 수준의 정확도를 확보하였다.



Table 5. Relative errors of scRBE solutions for 6 wing configurations

Wing type	Relative error (%)
Rectangular wing	0.37
High aspect ratio wing	0.25
Tapered wing	0.41
Tapered swept wing	2.87
Tapered kink wing 1	2.83
Tapered kink wing 2	2.71

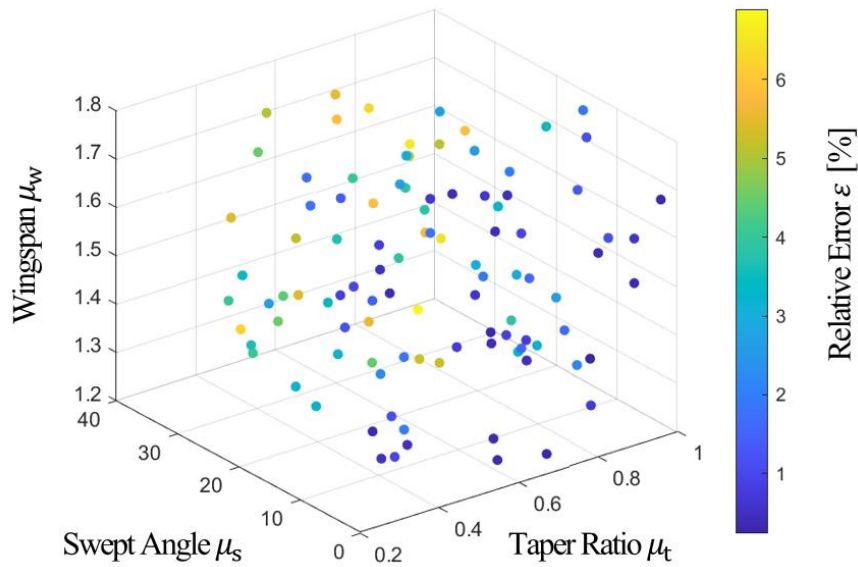


Fig. 21. Scatter plot of relative errors between FE and scRBE solutions for 100 random geometric parameter samples

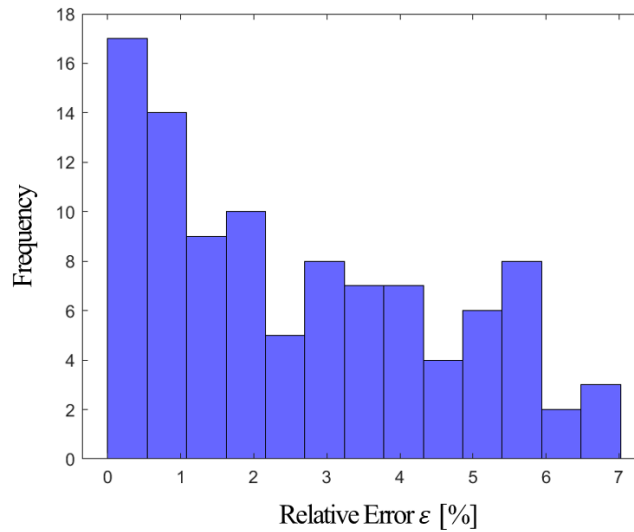


Fig. 22. Histogram of relative errors between FE and scRBE solutions for 100 random geometric parameter samples: a sample mean 2.64% and a sample standard deviation 1.93%

#### IV. 결론

본 연구에서는 신속한 항공기 날개 설계에 기여하기 위해, 항공기 날개의 형상 변화에 따른 신속 정확한 정적응축 축소기저요소해석을 사용하였다. 이 연구에서 수행한 방법은 설계분야에서 유용할 수 있는 두 가지 특징을 가진다. 첫째, 항공기 날개 구조물과 같이 크기가 큰 시스템에 대해서도 신속 정확한 구조해석이 가능하다는 점이다. 항공기 날개 구조물의 선형 정탄성 해석결과, 계산효율 면에서는 1 s가 걸리지 않을 정도로 신속하였고, 정확도 면에서는 100개의 무작위 샘플에 대해서 평균 2.64%의 절대상대 오차를 도출할 정도로 정확하였다. 해석시간을 단축하면서도 여전히 높은 정확도를 유지하였기 때문에 이를 설계에 적용하면 효율적일 것이다. 둘째, 컴포넌트 기반 접근방법의 장점으로, 날개 형상을 구성함에 있어 풍부한 표현력을 가진다는 것이다. 본 연구에서는 제조공정 관점에서 사용되는 부품들을 기준으로 컴포넌트 라이브러리를 구성하고, 기하 변환함수를 적용했다. 따라서 리브 혹은 스파의 개수와 형상을 자유롭게 조절하면서 무수히 많은 종류의 날개 형상을 구성할 수 있다. 이를 통해 향후 항공기 날개의 신속한 설계에 기여를 할 수 있을 것으로 기대한다.

이 연구는 항공기 날개의 설계관점에서 수행되었으나, 정적응축 축소기저요소법에 기반한 해석은 디지털 트윈 기반 구조건전성평가 연구에서도 적용될 수 있다. 본 연구는 형상 변화에 따른 해석결과를 실시간으로 도출하기 위해 설계 변수를 고려한 기하 매개변수화에 집중하였다. 디지털 트윈을 활용한 연구에서는 시스템의 형상 변화가 아닌 크랙(crack) 과 같은 손상을 매개변수화하고, 크랙 전파에 따른 실시간 응답해석을 수행할 수 있다. 항공우주분야에는 고비용 자산들이 상당히 많기 때문에, 정적응축 축소기저요소법에 기반한 디지털 트윈을 사용한다면 효율적인 자산관리가 가능할 것으로 예상된다.

#### 참고문헌

- [1] J. N. Reddy, An introduction to the finite element method, New York: McGraw-Hill, vol. 1221, 2004.
- [2] J. S. Hesthaven, G. Rozza and B. Stamm, Certified reduced basis methods for parametrized partial differential equations, Berlin: Springer, Vol. 590, 2016.
- [3] A. Quarteroni, A. Manzoni and F. Negri, Reduced basis methods for partial differential equations: an introduction, Springer, Vol. 92, 2015.
- [4] D. B. P. Huynh, D.J. Knezevic and A. T. Patera, "A static condensation reduced basis element method: approximation and a posteriori error estimation," ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis, vol. 47, 213-251, Nov. 2012.
- [5] S. Vallagh'e and A. T. Patera, "The static condensation reduced basis element method for a mixed-mean conjugate heat exchanger model," SIAM Journal on Scientific Computing, vol. 36, pp. B294-B320, May 2014.
- [6] J. L. Eftang and A. T. Pateram, "Port reduction in parametrized component static condensation: approximation and a posteriori error estimation," International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 96, pp. 269-302, July 2013.
- [7] Y. C. Liang, H. P. Lee, S. P. Lim, W. Z. Lin, K. H. Lee, and C. Wu, "Proper orthogonal decomposition and its applications—Part I: Theory," Journal of Sound and vibration, vol 252, pp. 527-544, July 2013.
- [8] P. Holmes, J. L. Lumley, G. Berkooz and C. W. Rowley, Turbulence, coherent structures, dynamical systems and symmetry. Cambridge university press, 2012.
- [9] J. Ballani, D. P. Huynh, D. J. Knezevic, L. Nguyen and A. T. Patera, "A component-based hybrid reduced basis/finite element method for solid mechanics with local nonlinearities," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 329, pp. 498-531, Feb 2018.
- [10] J. Tang, P. Xi, B. Zhang and B. Hu, "A finite element parametric modeling technique of aircraft wing structures," Chinese Journal of Aeronautics, vol. 26, pp. 1202-1210, Oct 2013.
- [11] T. R. Brooks, G. K. Kenway and J. R. Martins, "Benchmark aerostructural models for the study

- of transonic aircraft wings,” *AIAA Journal*, vol. 56, pp. 2840–2855, Jun 2018.
- [12] R. A. McDonald and J. R. Gloude-mans, “Open Vehicle Sketch Pad: An Open Source Parametric Geometry and Analysis Tool for Conceptual Aircraft Design,” *AIAA SCITECH Forum*, pp. 004, Dec 2021.
- [13] J. O. Imumbhon, M. D. Alam and Y. Cao, “Design and structural analyses of a reciprocating S1223 high-lift wing for an RA-driven VTOL UAV,” *Aerospace*, vol. 8, 214, July 2021.
- [14] S. Chinvorarat, “Composite wing structure of light amphibious airplane design, optimization, and experimental testing,” *Heliyon*, vol. 7, e08410, Nov 2021.
- [15] M. G. Kapteyn, D. J. Knezevic, D. B. P. Huynh, M. Tran and K. E. Willcox, “Data-driven physics-based digital twins via a library of component-based reduced-order models,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 123, pp. 2986–3003, May 2020.
- [16] J. C. Helton and F. J. Davis, “Latin hypercube sampling and the propagation of uncertainty in analyses of complex systems.” *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 81, pp. 23–69. July 2003.
- [17] D. Stojkovic and D. Knezevic, “A reduced basis software platform for structural design and infrastructure assessment,” In *8th Australasian Congress on Applied Mechanics: ACAM 8*, pp. 698, 2014.