시변 제어 기법을 이용한 고성능 유도탄의 자동조종장치설계

Autopilot Design for Agile Missile Using Time-Varying Control Technique

Abstract: This paper is concerned with control allocation strategies with two-time scale dynamic inversion which generate nominal control input trajectories. In addition, an robust flight control design method is proposed by using a time-varying control technique which is time-varying version of the pole placement of linear time-invariant system for an agile missile with aerodynamic fin, thrust vectoring control, and side-jet thruster. The control allocation algorithms proposed in this paper are capable of extracting the maximum performance by combining each control effector. The time-varying control technique for the autopilot design enhances the robustness of the tracking performance for the wide angle of attack range. The main results are validated through the nonlinear simulations with aerodynamic data.

Keywords: time-varying control, two-time scale dynamic inversion, control allocation, autopilot, agile missile

I. 서론

현재 개발되고 있는 유도탄의 제어 시스템은 과거의 것에 비하여 더욱 더 빠른 응답(fast response), 고기동성(supermaneuverability), 민첩성(agility) 등 더욱 엄격한 성능을 요구받고 있다. 이러한 더 엄격해진 성능을 만족시키기 위하여 현재의 유도탄들은 기존의 공력제어(aerodynamic fin)뿐만 아니라 추력벡터제어(thrust vectoring control), 측추력제어(side-jet thruster control) 등의 제어 수단을 추가적으로 사용하고 있다 [1,2]. 그러나 이러한 제어 수단들을 각각의 독립적인 제어 기법으로 관리하게 되면 유도탄의 가제어성(controllability) 및 각 제어 수단의 효율성(efficiency)을 감소시킬 수 있다. 이것은 비행 조건에 따라 각각의 제어 수단이 가질 수 있는 제어 효용성(control authority)이 다르기 때문이다. 예를 들어, 발사 초기에 고각의 받음각(AOA: angle of attack)이 요구될 경우 이 때는 발사 초기 시점이라 유도탄의 속도가 느리고, 종말 단계에서도 유도탄의 고도가 높으므로 공기 밀도가 낮아 이에 따라 동압(dynamic pressure)이 낮기 때문에 명령을 수행하기 위해 필요한 모멘트를 공력제어 수단만으로는 획득할 수 없다. 이것은 공력제어 수단의 효용성이 감속하고 추력벡터제어 또는 측추력제어의 효용성이 증가한다는 것을 의미한다. 또한, 공력제어 수단과 다른 추력제어 수단이 동시에 사용될 때 서로 위상(phase)이

어긋난다면 각각의 제어 수단에 의해 생성되는 힘(force)과 모멘트(moment)를 서로 상쇄(cancellation)될 수 있다. 따라서 인가된 제어 명령을 효과적으로 수행할 수 있도록 비행 조건에 따른 각각의 제어 수단을 최적으로 사용할 수 있는 제어명령분배법칙(control allocation)에 대한 연구가 필요하다.

한편, 유도탄의 엄격한 요구 성능과 유도탄 동역학의 강한 비선형성(nonlinearity), 시변(time-varying) 특성 등이 유도탄의 자동조종장치 설계를 위한 제어 문제에 여러 가지 어려움을 야기하고 있다. 특히, 많은 한계에도 불구하고 이득계획기법(gain scheduling)과 역동역학기법(dynamic inversion, 또는 궤환선형화(feedback linearization))이 현재까지 유도탄의 제어 문제에 많이 적용되어 왔다. 그러나 이득계획기법을 빠른 동역학(fast dynamics)을 가지는 유도탄 제어에 적용할 때는 전체 시스템 안정도를 보장하지 못한다는 것과 각각의 평형점(equilibrium point)에서 선형화된 시스템에 대해 강인(robust)한 제어기를 설계한다고 해서 전체 시스템이 강인하다고 할 수 없다는 단점이 있고, 또한 실제 적용 측면에서도 많은 동작점에서 제어기 설계를 수행해야 한다는 문제점이 수반된다 [3-5]. 역동역기법의 경우 되먹임(feedback)을 통해 주어진 유도탄 동역학의 비선형 항을 소거하는 과정에서 공력 데이터, 모델링 오차 등에 의한 불확실성(uncertainty)이 존재한다면 정확한 소거가 불가능하고 이것은 시스템의 안정도에 치명적인 결과를 초래한다 [6-11]. 또한, 비선형 시변 유도탄 동역학은 자동조종장치 설계시 구동기 포화(actuator saturation) 문제, 무시된 동역학의 진동 억제 문제 등 많은 제어 문제를 포함하고 있고, 이 문제들은 유도탄의 빠른 시변 동역학 특성 때문에 자동조종장치 설계 문제를 더욱 어렵게 만든다. 따라서 이러한 시변 시스템을 효과적으로 고려할 수 있는 시변 제어 이론의 도입이 필요하다.

본 논문에서는 공력제어, 추력벡터제어 및 측추력제어를 제어 수단으로 사용하는 유도탄에 대한 제어명령분배법칙 및 유도탄의 자동조종장치 설계를 위한 시변 제어기 설계법에 대하여 다룬다. 먼저 본 논문의 전체 블록 선도는 다음 그림 1과 같다. 본 논문에서 고려하는 유도탄의 명령 입력은 받음각 명령이고, 이를 추종하기 위한 힘 또는 모멘트를 구하기 위해서 역동학기법이 사용된다. 본 논문의 경우 역동역학기법을 수행할 때 두 가지의 경우가 있는데, 하나는 받음각 역동학기법(angle of attack inversion)이고, 나머지 하나는 피치율 역동역학기법(pitch rate inversion)이다. 받음각 역동역학기법의 경우 유도탄의 속도가 증가함에 따라 과도한 제어 명령이 요구되기 때문에 본 논문에서는 피치율 역동역학기법을 수행한다. 그러나 인가되는 명령이 받음각 명령이기 때문에 받음각 명령을 피치율 명령으로 변환해야한다. 따라서 본 논문에서는 받음각 명령을 추종하기 위해 요구되는 모멘트를 이중 시간 역동역학기법(two-time scale dynamic inversion)을 적용하여 구한다. 그리고 요구되는 모멘트를 획득하기 위해 각각의 제어 수단에 인가될 제어 명령은 제어명령분배법칙(control allocation algorithm)에 의해서 분배된다. 역동역학기법의 불확실성에 대한 취약점을 대처하기 위하여 본 논문에서는 시변 제어기법을 도입하고, 이를 공력제어 수단에 적용하여 전체 제어 시스템의 강인성(robustness)을 확보한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 서론에 이어 Ⅱ장에서는 본 논문의 대상 시스템인 공력제어, 추력벡터제어 및 측추력제어를 가지는 유도탄의 동역학에 대하여 기술하고, Ⅲ장에서는 역동역학 및 제어명령분배법칙에 대하여 기술한다. 다음으로 Ⅳ장에서는 선형 시변 시스템에 대한 새로운 고유치

개념인 SD-고유치 개념을 도입하고, 선형 시불변 시스템의 극점배치기법(pole placement)기법과 유사한 확장-평균치지정기법에 대하여 기술한다. 그리고 이를 이용한 강인한 비행제어 설계기법에 대하여 설명한다. V장에서는 제어명령분배법칙 및 시변 제어기법을 유도탄에 적용하고 시뮬레이션을 통하여 타당성을 고찰한다. 마지막으로 VI장에서는 본 논문의 주요 내용을 요약하고 결론을 내린다.

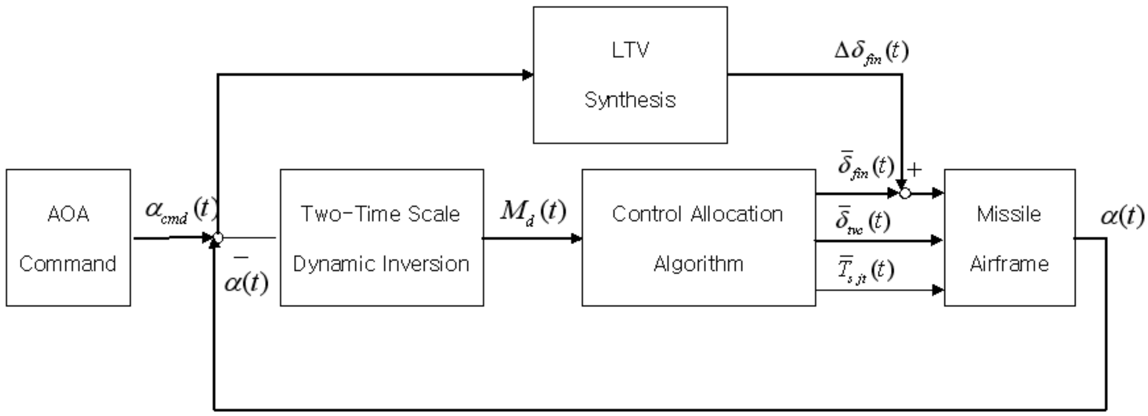

그림 1. 받음각 추종 제어 시스템

II. 유도탄 동역학 방정식

본 논문에서는 공력제어, 추력벡터제어 및 측추력제어가 고려된 비선형 유도탄 피치 동역학 방정식을 다음 식 (1)과 같이 유도한다. 여기서 유도탄의 동역학을 유도하기 위하여 다음과 같은 가정을 하였다.

(가정)

·유도탄은 항상 일정한 질량을 가지는 강체(rigid body)로 관성 모멘트(moment of inertia)의 변화량은 “0”이다.

·유도탄은 주축(X_b 축)에 대하여 대칭이다.

·동체 좌표계의 원점은 무게중심과 동일하다.

·유도탄에 작용하는 힘은 추력(thrust), 측추력(side-jet thrust), 양력(lift), 항력(drag) 등이다.

$$
\begin{aligned}
\dot{\alpha}(t) &= -\frac{\frac{1}{2}\rho V^2(t) S}{mV(t)}\left[C_{Z_0}(\alpha(t), M(t)) + \Delta C_{Z_\delta}(\alpha(t), M(t), \delta_{fin}(t))\right] \\
&\quad + q(t) + \frac{T}{mV(t)}\delta_{tvc}(t) + \frac{1}{mV(t)} T_{sjt}(t) \\
\dot{q}(t) &= -\frac{\frac{1}{2}\rho V^2(t) SC}{I_{yy}}\left[C_{m_0}(\alpha(t), M(t)) + \Delta C_{m_\delta}(\alpha(t), M(t), \delta_{fin}(t))\right. \\
&\quad \left. + \left\{\frac{C}{2V(t)} C_{mq}(M(t))\right\} q(t)\right] + \frac{T l_{m,tvc}}{I_{yy}} \delta_{tvc}(t) - \frac{l_{m,sjt}}{I_{yy}} T_{sjt}(t)
\end{aligned} \qquad (1)
$$

$$
\begin{aligned}
V(t) &= \frac{1}{m}\left[\frac{1}{2}\rho V^2(t) S\{C_{X_0}(\alpha(t), M(t)) + \Delta C_{X_\delta}(\alpha(t), M(t), \delta_{fin}(t))\}\right. \\
&\quad \left. + T\cos\delta_{fin}(t)\right]\cos(\alpha(t)) - \frac{1}{m}\left[\frac{1}{2}\rho V^2(t) S\{C_{Z_0}(\alpha(t), M(t))\right. \\
&\quad \left. + \Delta C_{Z_\delta}(\alpha(t), M(t), \delta_{fin}(t))\} + T\delta_{tvc}(t) + T_{sjt}(t)\right]\sin(\alpha(t))
\end{aligned}
$$

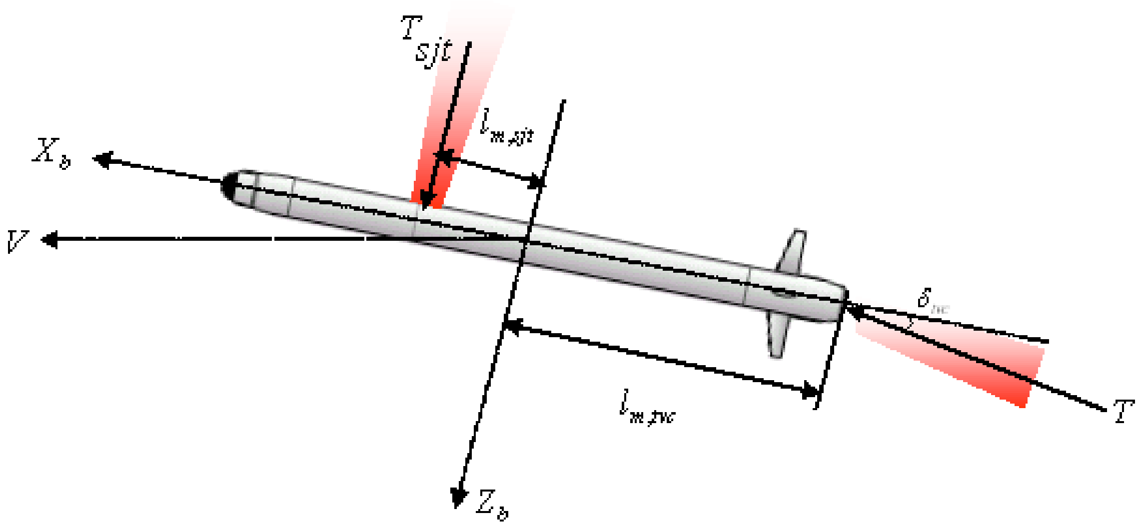

그림 2. 공력제어, 추력벡터제어 및 측추력제어를 가지는 유도탄

여기서 C_{Z_0}, C_{m_0}, C_{X_0}는 공력제어 수단인 핀의 변위가 0일 때의 유도탄 공력 계수 (aerodynamic coefficients)이고, ΔC_{Z_δ}, ΔC_{m_δ}, ΔC_{X_δ}는 핀의 변위 변화량에 따른 공력 계수의 변화량을 의미한다. 그리고 C_{mq}는 피치 감쇠를 의미한다. 공력제어 및 추력벡터제어는 각각의 상·하한계 안에서 연속적으로 변하는 변위를 가지고, 측추력제어는 각각의 측추력기가 유도탄의 원주 방향으로 설치되어 있고, 점화가 되면 소진될 때까지 펄스(pulse) 형태의 추력을 발생한다. 또한 식

(1)의 각 파라미터는 다음 표 1과 같이 정의된다.

표 1. 유도탄 파라미터

$\alpha(t)$	angle of attack	$q(t)$	pitch rate
$V(t)$	missile velocity	$M(t)$	Mach number
ρ	air density	m	missile mass
C	reference length	S	reference area
T	thrust	I_{yy}	moment of inertia
$l_{m,\,tvc}$	moment arm of tvc	$l_{m,\,sjt}$	moment arm of sjt
$\delta_{fin}(t)$	aerodynamic fin deflection	$\delta_{tvc}(t)$	thrust-vectoring control deflection
$T_{sjt}(t)$	side-jet thrust		

한편, 본 논문에서 사용되는 유도탄의 공력 계수들은 받음각, 뱅크각(bank angle), 마하수, 공력 제어 핀 변위 등의 특정 값에서 구성한 테이블 형태를 가지고 있다. 따라서 이를 이용하여 본 논문에서 제시하는 제어명령분배법칙 및 시변 제어기법을 적용하기 위해서는 이들 공력 계수 데이터들을 커버 피팅(curve fitting) 하여 연속이고 미분가능한 함수로 근사화해야 한다.

본 논문에서는 유도탄에 대하여 비교적 짧을 비행 구간을 상정하여, 특정 마하수 및 뱅크각에 대하여 다음과 같은 함수의 형태로 공력 계수들에 대한 커버 피팅(curve fitting)을 수행하였다.

$$\begin{aligned} C_{Z_0}(\alpha(t)) &= a_1\alpha^3(t)|\alpha(t)| + b_1\alpha^3(t) + c_1\alpha(t)|\alpha(t)| + d_1\alpha(t) \\ \Delta C_{Z_\delta}(\alpha(t), \delta_{fin}(t)) &= (a_2\alpha^3(t) + b_2\alpha(t)|\alpha(t)| + c_2\alpha(t) + d_2)\delta_{fin}(t) \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} C_{m_0}(\alpha(t)) &= a_3\alpha^3(t)|\alpha(t)| + b_3\alpha^3(t) + c_3\alpha(t)|\alpha(t)| + d_3\alpha(t) \\ \Delta C_{m_\delta}(\alpha(t), \delta_{\delta z}(t)) &= (a_4\alpha^3(t) + b_4\alpha(t)|\alpha(t)| + c_4\alpha(t) + d_4)\delta_{fin}(t) \end{aligned} \tag{3}$$

여기서 각 함수의 계수 a_i, b_i, c_i, d_i는 상수(constant)이다.

III. 명령분배법칙

3.1 이중 시간 역동역학기법

본 논문에서는 받음각 명령을 추종하기 위해 요구되는 모멘트를 다음 그림과 같은 이중 시간 역동역학기법을 이용하여 구한다.

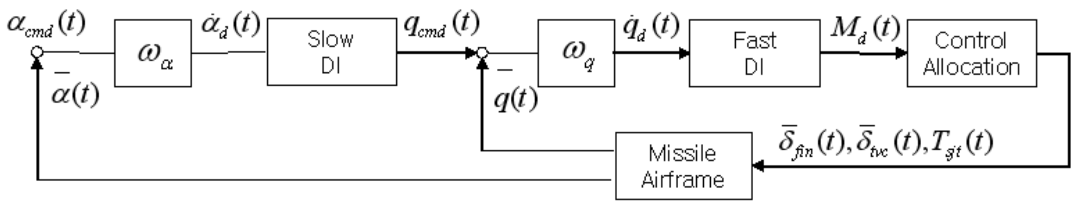

그림 3. 이중 시간 역동역학기법

먼저 받음각 명령($\alpha_{cmd}(t)$)으로부터 피치율 명령($q_{cmd}(t)$)을 구하기 위하여 식 (1)의 받음각 동역학에 다음과 같은 느린 역동역학기법(slow dynamic inversion)을 적용한다.

$$q_{cmd}(t) = \dot{\alpha}_d(t) - \frac{\rho V^2(t) S}{2mV(t)}\left[C_{Z_0}(\alpha(t)) + \Delta C_{Z_\delta}(\alpha(t))\,\bar{\delta}_{fin}(t)\right] - \frac{T}{mV_T}\bar{\delta}_{tvc}(t) - \frac{1}{mV(t)}\bar{T}_{sjt}(t) \tag{4}$$

여기서 $\alpha(t)$는 받음각, $q(t)$는 피치 변화율, $\bar{\delta}_{fin}(t)$는 공칭 공력제어의 변위, $\bar{\delta}_{tvc}(t)$는 공칭 추력벡터제어의 변위를 각각 의미한다. 그리고 $\dot{\alpha}_d(t)$는 받음각의 요구되는 동역학이고 다음 식과 같이 정의한다.

$$\dot{\alpha}_d(t) = \omega_\alpha(\alpha_{cmd}(t) - \alpha(t)) \tag{5}$$

여기서 $\alpha_{cmd}(t)$는 받음각 명령이고, $\alpha(t)$는 측정(추정)되는 받음각이다. ω_α는 설계 변수이고 제어 수단의 구동기 대역폭에 따라 적절히 선택한다.

다음으로 느린 역동역학기법에서 구한 $q_{cmd}(t)$를 피치율 동역학에 적용하여 다음 식과 같은 빠른 역동학기법(fast dynamic inversion)을 수행하면 주어진 명령을 추종하기 위해 필요한 모멘트를 구할 수 있다.

$$\dot{q}_d(t) - \frac{\rho V^2(t) SC}{2I_{yy}}\left[C_{m_0}(\alpha(t)) + \left\{\frac{C}{2V(t)}C_{mq}\right\}q(t)\right] = \frac{\rho V^2(t) SC}{2I_{yy}}\Delta C_{m_\delta}(\alpha(t))\,\bar{\delta}_{fin}(t) + \frac{Tl_{m,tvc}}{I_{yy}}\bar{\delta}_{tvc}(t) - \frac{l_{m,sjt}}{I_{yy}}\bar{T}_{sjt}(t) \tag{6}$$

여기서 $\dot{q}_d(t)$는 요구되는 피치율 동역학이고 다음 식과 같이 정의한다.

$$\dot{q}_d(t) = \omega_q(q_{cmd}(t) - q(t)) \tag{7}$$

여기서 $q_{cmd}(t)$는 식 (4)와 같이 받음각 명령과 느린 역동학기법으로부터 구해지고 ω_q는 설계 변수로서 제어 수단의 구동기 대역폭에 따라 적절히 선정한다.

식 (6)을 다음과 같이 간단하게 나타내자.

$$M_d(t) = F_f(t)\ \overline{\delta}_{fin}(t) + F_t(t)\ \overline{\delta}_{tvc}(t) - F_s(t)\ \overline{T}_{sjt}(t) \tag{8}$$

여기서 $F_f(t)$, $F_t(t)$, $F_s(t)$는 각 제어 수단의 제어입력함수(control distribution function)이다. 위 식의 좌변은 주어진 명령을 추종하기 위해 요구되는 모멘트를 의미하고 우변은 각각의 제어 수단을 이용하여 획득할 수 있는 모멘트를 의미한다. 따라서 명령 추종을 위하여 양변의 등식이 성립하도록 하는 적절한 명령분배법칙을 설계해야한다.

한편, 본 논문에서 고려되는 유도탄은 제어 수단으로 기존의 공력제어와 추가적인 추력벡터제어 및 측추력제어를 가지고 있다. 그러나 제어 수단들은 비행 구간에 따라 두 개의 그룹으로 나누어진다. 즉, 유도탄의 추력 비행 구간은 공력제어 및 추력벡터제어가, 추력의 완전 소진 후에는 공력제어 및 측추력제어가 사용된다. 또한 추력벡터제어는 연속적인 변위값을 가지지만 측추력제어는 이산 사건(discrete event)으로 발생하고, 펄스 형태를 가진다. 따라서 각각의 그룹에 적합한 명령분배법칙을 설계해야 한다.

3.2 공력제어 및 추력벡터제어의 명령분배법칙

본 절에서는 공력제어 및 추력벡터제어의 명령분배법칙을 의사 제어(pseudo control) 개념을 이용하여 설계한다. 이것은 다음 그림과 같이 공력제어와 추력벡터제어가 비행 조건에 따라 각기 다른 가중치($w_1(t)$, $w_2(t)$)를 가지고 요구되는 모멘트를 생성하는 것이다.

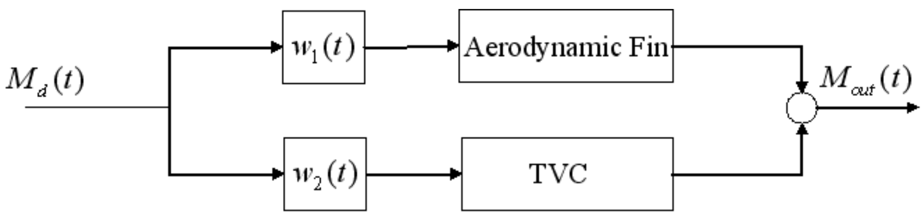

그림 4. 의사 제어를 이용한 제어분배법칙

먼저 식 (8)을 다음과 같이 다시 표현하자.

$$\begin{aligned} M_d(t) &= F_f(t)\ \overline{\delta}_{fin}(t) + F_t(t)\ \overline{\delta}_{tvc}(t) \\ &= [\ F_f(t)\ \ F_t(t)\ ] \begin{bmatrix} \overline{\delta}_{fin}(t) \\ \overline{\delta}_{tvc}(t) \end{bmatrix} \\ &= \underline{F}(t)\ \underline{u}(t) \end{aligned} \tag{9}$$

그러면 등식을 만족시키기 위하여 양변에 제어 입력 행렬 $\underline{F}(t)$의 역행렬을 곱하면 요구되는 모멘트를 발생시키는 각 제어수단의 변위량을 구할 수 있다. 그러나 우변의 제어 입력 행렬은 계수(rank) 잉여(redundancy)가 있기 때문에 역행렬이 유일하지 않고, 의사 역행렬을 구할 수 있다. 이것은 받음각 하나를 제어하기 위하여 제어 수단이 공력제어 및 추력벡터제어 등 두 개가 있기 때문이다. 따라서 의사 역행렬(pseudo inverse matrix)의 성질을 이용하면 다음의 목적함수를 최소화하는 효과적인 공력제어 및 추력벡터제어의 분배법칙을 구할 수 있다.

$$J = \underline{u}^T(t)\, W(t)\, \underline{u}(t)$$

$$\text{Subject to} \quad \begin{bmatrix} \frac{\rho V^2(t) SC}{2I_{yy}} \Delta C_{m_\delta}(\alpha(t)) & \frac{Tl_{m,tvc}}{I_{yy}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\delta}_{fin}(t) \\ \bar{\delta}_{tvc}(t) \end{bmatrix} = \underline{F}(t)\, \underline{u}(t) = v(t) \tag{10}$$

여기서 $\underline{u}(t)$는 제어 수단으로 이루어진 나타내는 열벡터를, $v(t)$는 의사 제어를 각각 나타내고, $W(t)$는 각각의 제어 수단에 가중치(weighting)를 주는 양의 한정인 대칭(positive definite symmetric) 행렬이이다. 식 (10)을 최소화하는 $\underline{u}(t)$를 구하는 문제의 해는 여러 가지 방법으로 풀 수가 있지만, 본 논문에서는 Lagrange 곱수(multiplier)를 이용하여 다음과 같이 최적 해 $\underline{u}(t)$를 구하였다.

$$\underline{u}(t) = [\, W^{-1} \underline{F}^T(t) (\, \underline{F}(t) W^{-1} \underline{F}^T(t))^{-1}] v(t) \tag{11}$$

따라서 식 (10)에서 각 제어 수단의 제어 효용성 및 구동기 포화 등을 고려하여 가중 행렬 $W(t)$를 적절히 선정함으로써 효과적인 제어 명령 분배법칙을 설계할 수 있고, 이를 식 (11)에 적용하면 유도탄의 받음각 명령을 추종하도록 하는 공력제어 및 추력벡터제어의 공칭 명령값이 된다.

위의 내용을 유도탄 동역학 식 (1)에 적용하면 다음과 같은 공력제어 및 추력벡터제어의 명령분배 법칙을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \bar{\delta}_{fin}(t) \\ \bar{\delta}_{tvc}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\frac{\rho V^2(t) SC}{2I_{yy}} \Delta C_{m_\delta}(\alpha(t))}{\left(\frac{\rho V^2(t) SC}{2I_{yy}} \Delta C_{m_\delta}(\alpha(t))\right)^2 + \left(\frac{W_1(t)}{W_2(t)}\right)\left(\frac{Tl_{m,tvc}}{I_{yy}}\right)^2} \\ \dfrac{\left(\frac{W_1(t)}{W_2(t)}\right)\frac{Tl_{m,tvc}}{I_{yy}}}{\left(\frac{\rho V^2(t) SC}{2I_{yy}} \Delta C_{m_\delta}(\alpha(t))\right)^2 + \left(\frac{W_1(t)}{W_2(t)}\right)\left(\frac{Tl_{m,tvc}}{I_{yy}}\right)^2} \end{bmatrix} \times \left(\dot{q}_d(t) - \frac{\rho V_T^2 SC}{2I_{yy}} \left[C_{m_0}(\alpha(t)) + \left\{ \frac{C}{2V(t)} C_{mq} \right\} q(t) \right] \right) \tag{12}$$

여기서 $W_1(t)$, $W_2(t)$는 각각 제어수단 $\bar{\delta}_{fin}(t)$, $\bar{\delta}_{tvc}(t)$의 가중치를 의미한다.

3.3 공력제어 및 측추력제어 명령분배법칙

본 절에서는 연쇄법칙을 이용한 공력제어 및 측추력제어의 명령분배법칙에 대해 기술한다. 연쇄법칙은 다음 그림과 같이 먼저 요구되는 모멘트의 크기와 가장 근사하도록 측추력기들를 점화시킨 후 공력제어 수단을 이용하여 나머지 부족한 모멘트를 발생시킨다.

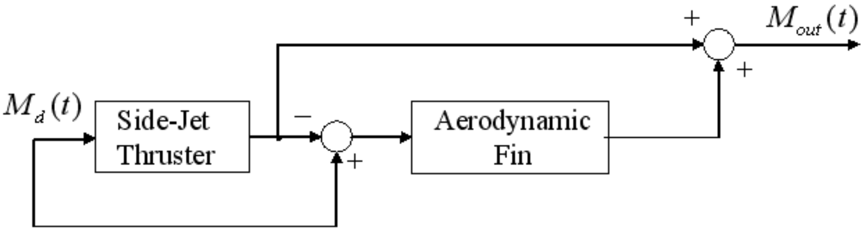

그림 5. 연쇄법칙을 이용한 명령분배법칙

먼저 측추력제어 명령을 다음 식 (13)과 같이 구한다.

$$\begin{aligned}\overline{T}_{sjt}(t) &= F_s^{-1}(t) M_d(t) \\ &= -\left(\frac{l_{m,sjt}}{I_{yy}}\right)^{-1}\left(\dot{q}_d(t) - \frac{\rho V^2(t) SC}{2I_{yy}}\left[C_{m_0}(\alpha(t)) + \left\{\frac{C}{2V(t)} C_{mq}\right\} q(t)\right]\right)\end{aligned} \tag{13}$$

다음으로 측추력제어으로 발생시킬 수 없는 부족한 모멘트를 획득하기 위한 공력제어 명령을 다음 식 (14)와 같이 구한다.

$$\begin{aligned}\overline{\delta}_{fin}(t) &= F_f^{-1}(t)\left(M_d(t) - F_s(t)\,\overline{T}_{sjt}(t)\right) \\ &= \left(\frac{\rho V^2(t) SC}{2I_{yy}} \Delta C_{m_\delta}(\alpha(t))\right)^{-1}\left(\dot{q}_d(t) - \frac{\rho V^2(t) SC}{2I_{yy}}\left[C_{m_0}(\alpha(t))\right.\right. \\ &\quad \left.\left. + \left\{\frac{C}{2V(t)} C_{mq}\right\} q(t)\right] + \frac{l_{m,sjt}}{I_{yy}}\,\overline{T}_{sjt}(t)\right)\end{aligned} \tag{14}$$

측추력제어는 공력제어와는 달리 이산 사건으로 펄스 형태의 입력을 가진다. 그러므로 유도탄에 인가되는 측추력제어 명령은 펄스 형태이어야 한다. 다음 그림 6과 같이 식 (13)을 통해 산출된 측추력제어 공칭 명령이 연소 시간을 고려하여 이산화(discretizing)가 되고, 임계값 $W_{i,}(i=1,\cdots,10)$를 통해 점화될 측추력기의 개수를 결정한다.

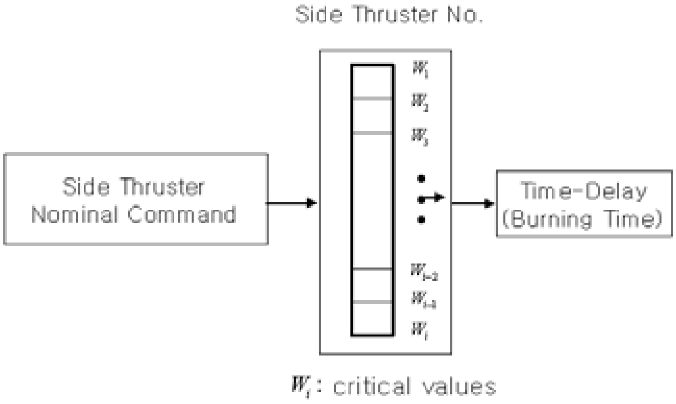

그림 6. 측추력제어 명령의 이산화

IV. 시변 고유치를 이용한 제어기 설계

본 장에서는 선형 시변 시스템에 대한 새로운 고유치 개념인 SD-고유치 개념을 도입하고, 선형 시불변 시스템의 극점배치기법(pole placement)기법과 유사한 확장-평균치지정기법에 대하여 기술한다. 또한 확장-평균치지정기법의 비행제어에의 적용에 대하여 기술한다.

4.1 선형 시변 시스템의 확장-평균치지정기법

확장-평균치지정기법(Extended-Mean Assignment)은 선형 시변 시스템의 SD-고유치를 기반한 것으로 선형 시불변 시스템의 극점배치기법과 유사하다. 즉, 선형 시불변 시스템에서는 극점을 임의의 위치에 정확히 지정하지만, 선형 시변 시스템에서는 SD-고유치의 확장-평균치를 임의로 지정한다 [16-19].

먼저 다음과 같은 2차 선형 시변 시스템을 고려하자.

$$\ddot{y}(t) + p_2(t)\dot{y}(t) + p_1(t)y(t) = u(t) \tag{15}$$

위의 식은 미분 다항식 연산자와 미분 연산자를 이용하여 $D_p\{y(t)\} = u(t)$의 형태로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} D_p &= D^2 + p_2(t)D + p_1(t) \\ &= (D - \lambda_2(t))(D - \lambda_1(t)) \end{aligned} \tag{16}$$

여기서 $\lambda_1(t)$, $\lambda_2(t)$를 SD-고유치라고 하고, 다음과 같은 SD-특성방정식을 만족한다.

$$\dot{\lambda}_1(t)+\lambda_1^2(t)+p_2(t)\lambda_1(t)+p_1(t)=0$$
$$\lambda_2(t)=-p_2(t)-\lambda_1(t) \tag{17}$$

한편, 적분 가능한 함수 $\lambda(t)$의 확장-평균치(em, extended-mean)는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathrm{em}\{\lambda(t)\}=\lim_{(t-t_0)\to\infty}\sup\frac{1}{t-t_0}\int_{t_0}^{t}\lambda(\tau)d\tau \tag{18}$$

그러면, 2차 선형 시변 시스템은 SD-고유치 $\lambda_1(t)$, $\lambda_2(t)$의 확장-평균치가 다음 식과 같이 음의 실수값을 가지면 지수적으로(exponentially) 안정하게된다.

$$\mathrm{em}\{\mathrm{Re}(\lambda_i(t))\}<0,\ i=1,2 \tag{19}$$

따라서, (15)와 같은 선형 시변 시스템이 불안정하다면, 다음과 같은 되먹임 이득을 통해서

$$u(t)=k_1(t)y(t)+k_2(t)\dot{y}(t) \tag{20}$$

폐루프 시스템이 바람직한 확장-평균치 $C_i(t)$를 가진 SD-고유치 $\gamma_1(t)$, $\gamma_2(t)$로 구성되도록 할 수 있다. 폐루프 시스템은 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}D_\eta &= D^2+\eta_2(t)D+\eta_1(t)=0\\ &=(D-\gamma_2(t))(D-\gamma_1(t))\\ &=D^2-(\gamma_1(t)+\gamma_2(t))D-\dot{\gamma}_1(t)+\gamma_1(t)\gamma_2(t)\end{aligned} \tag{21}$$

여기서, $\eta_i(t)=p_i(t)-k_i(t)$이다. 요구되는 확장-평균치는 안정도 판별법 및 시스템 성능에 따라 선정할 수 있고, 이 때 다음과 같은 확장-평균치의 오차는 지수적으로 감소한다.

$$\varepsilon_i(t)=\mathrm{em}\{\gamma_i(t)\}-C_i(t)\to 0 \tag{22}$$

따라서, 선형 시변 시스템의 제어 문제가 선형 시불변 시스템 제어 문제로 된다.

4.2 확장-평균치지정을 이용한 자동조종장치 설계

유도탄의 자동조종장치를 확장-평균치지정기법을 이용하여 설계하기 위한 유도탄의 선형 시변 모델을 획득하고, 확장-평균치지정기법의 설계 절차를 살펴본다 [20].

먼저 다음과 같이 상태 벡터를 정의한다.

$$\xi(t)=\begin{bmatrix}\xi_1(t)\\ \xi_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\alpha(t)\\ q(t)\end{bmatrix} \tag{23}$$

여기서 $\alpha(t)$는 받음각, $q(t)$는 피치율을 각각 의미한다. 그리고 유도탄의 공력제어에만 시변 제어 기법을 적용하므로 비선형 유도탄의 상태 방정식은 다음과 같다.

$$\dot{\xi}(t) = f(\xi(t), \delta_{fin}(t))=\begin{bmatrix}f_1(\xi_1(t), \xi_2(t), \delta_{fin}(t))\\ f_2(\xi_1(t), \xi_2(t), \delta_{fin}(t))\end{bmatrix} \tag{24}$$

여기서 각 함수는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} f_1(\xi_1(t), \xi_2(t), \delta_{fin}(t)) &= \frac{\rho V^2(t)S}{2mV(t)} C_z(\xi_1(t), M(t), \delta_{fin}(t)) + \xi_2(t) \\ f_2(\xi_1(t), \xi_2(t), \delta_{fin}(t)) &= \frac{\rho V^2(t)SC}{2I_{yy}} \Big[C_m(\xi_1(t), M(t), \delta_{fin}(t)) + \\ &\qquad \frac{C}{2V(t)} C_{mq}(M(t))\xi_2(t)\Big] \end{aligned} \tag{25}$$

주어진 명령 궤적에 대한 공칭 공력제어 변위(nominal aerodynamic fin deflection) $\bar{\delta}_{fin}(t)$와 공칭 상태 궤적(nominal state trajectory) $\bar{\xi}(t)$은 다음을 만족한다고 하자.

$$\dot{\bar{\xi}}(t) = f(\bar{\xi}(t), \bar{\delta}_{fin}(t)) \tag{26}$$

그러면 추종 오차(tracking error)를 다음과 같이 정의한다.

$$x(t) = \xi(t) - \bar{\xi}(t) \tag{27}$$

그리고 추종 오차 제어 입력을 다음과 같이 정의한다.

$$v(t)=\delta_{fin}(t) - \bar{\delta}_{fin}(t) \tag{28}$$

그러면 오차 동역학을 공칭 공력제어 변위와 공칭 상태 궤적에 대하여 선형화를 하면 다음과 같은 선형 시변 시스템을 유도할 수 있다.

$$\dot{x}(t) = A(t)\, x(t) + B(t)v(t) \tag{29}$$

여기서 선형 오차 동역학 방정식의 각 행렬들은 다음과 같다.

$$A(t) = \frac{\partial f}{\partial \xi}\bigg|_{\bar{\xi}(t),\ \bar{\delta}_{fin}(t)} = \begin{bmatrix} a_{11}(t) & 1 \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) \end{bmatrix} \tag{30}$$

$$B(t) = \frac{\partial f}{\partial \delta}\bigg|_{\bar{\xi}(t),\ \bar{\delta}_{fin}(t)} = \begin{bmatrix} b_1(t) \\ b_2(t) \end{bmatrix} \tag{31}$$

위의 모델에 확장-평균치지정기법을 적용하기 위해서는 선형화된 시스템 행렬을 위상변수 표준형(phase-variable canonical form)으로 변환을 해야한다. 이것은 준 시스템이 제어 가능하다면 Silverman이 제시한 방법으로 변환 행렬을 선정하고 Lyapunov 변환을 수행하면 얻을 수 있지만 [21], 준 시스템에서는 이 방법을 적용하면 계수들이 매우 복잡하게 된다. 따라서 최소 실현(minimal realization)은 아니지만 문제를 간단하게 하기 위하여 위상변수 표준형을 만들어 내는 비최소 실현(nonminimal realization)을 채택한다. 이때 제어 불가능한 내부 모드(uncontrollable internal mode)는 안정해야 한다. 본 연구에는 다음과 같은 상태 변환을 정의한다.

$$x(t) = L(t)\,z(t) \tag{32}$$

여기서 선형 시변 상태 변환 행렬을 다음과 같이 선택한다.

$$L(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -a_{11}(t) & 1 \end{bmatrix} \tag{33}$$

그러면 변환된 오차 동역학 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= L^{-1}(t)\,(A(t)\,L(t) - \dot{L}(t)) + L^{-1}B(t)(t)v(t) \\ &= A_c(t)\,z(t) + B_c(t)v(t) \end{aligned} \tag{34}$$

여기서 각각의 행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A_c(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -p_1(t) & -p_2(t) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \dot{a}_{11}(t) + a_{21}(t) - a_{11}(t)a_{22}(t) & a_{11}(t) + a_{22}(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{35}$$

$$B_c(t) = \begin{bmatrix} b_1(t) \\ a_{11}(t)b_1(t) + b_2(t) \end{bmatrix} \tag{36}$$

위에서 $z_1(t) = x_1(t) = \alpha(t) - \bar{\alpha}(t)$임을 알 수 있으므로, 위의 상태 공간 방정식은 다음과 같은 스칼라 방정식과 동치이다.

$$\ddot{z}_1(t) + p_2(t)\dot{z}_1(t) + p_1(t)z_1(t) = b_1(t)\dot{v}(t) + (\dot{b}_1(t) + b_2(t) - a_{22}(t)b_1(t))v(t) \tag{37}$$

위의 스칼라 식이 위상변수 표준형이 되기 위해 다음과 같은 역 “영동역학”(inverse “zero dynamics”)을 도입한다.

$$\dot{v}(t) + \frac{\dot{b}_1(t) + b_2(t) - a_{22}(t)b_1(t)}{b_1(t)}v(t) = \frac{1}{b_1(t)}u(t) \tag{38}$$

위의 (37)과 (38)을 결합하여 다음 식을 유도한다.

$$\ddot{z}_1(t) + p_2(t)\dot{z}_1(t) + p_1(t)z_1(t) = u(t) \tag{39}$$

따라서 확장-평균치지정기법에 의한 제어 법칙 $u(t)$는 받음각 추종 오차 동역학 (39)에 대하여 4.1절에서 설명한 절차에 따라 설계된다.

V. 시뮬레이션 및 결과고찰

본 장에서는 본 논문에서 제시하는 제어명령분배법칙 및 시변 제어기법을 유도탄에 적용하고 시뮬레이션을 통하여 설계 과정 및 타당성을 고찰한다. 본 연구에서는 두 가지 시나리오에 대해서 시뮬레이션을 수행한다. 첫 번째 시나리오는 유도탄의 발사 초기인 추력 비행 구간이고, 이때는 유도탄의 공력제어와 추력벡터제어가 사용된다. 두 번째 시나리오는 유도탄의 종말 단계인 추력 소진 후 비행 구간이고, 이때는 유도탄의 공력제어와 측추력제어가 사용된다. 먼저 각 시나리오의 시뮬레이션 초기 조건과 유도탄의 재원은 다음 표 2와 같고, 유도탄 제어수단들의 구동기 특성들은 표 3과 같다.

시나리오 1에 대한 받음각 출력을 그림 7에 나타내었다. 그림 7로부터 공력 계수의 불확실성, 공력 계수 커버 피팅 과정에 발생하는 오차, 그림 8과 같은 유도탄의 속도변화 등과 같은 불확성의 존재에서 불구하고 0.2초 이내의 상승시간(rising time)과 5% 이내의 정상상태오차를 가지고 주어진 받음각 명령을 잘 추종함을 알 수가 있다. 그림 9는 받음각 명령을 추종하기 위해 사용된 공력제어 및 추력벡터제어의 구동기 출력을 나타낸 것이고, 이를 통하여 제안된 명령분배법칙은 비행 초기에 공력제어 및 추력벡터제어 명령을 구동기의 포화없이 효과적으로 분배함을 알 수 있다. 그림 10은 확장-평균치지정기법에 의한 제어 입력의 시간 추이를 나타낸 것이다. 다음으로 시나리오 2도 시나리오 1과 비슷하게 해석된다. 그림 11은 공력제어 및 측추력제어를 사용했을 때 받음각 추종 성능을 나타내고, 그림 12는 이때의 속도 변화를 나타낸다. 받음각 명령을 추종하기위해 분배된 공력제어 및 측추력제어 명령은 그림 13에 표시된다. 추력이 소진된 후 측추력제어를 사용하여 유도탄의 기동성을 높일 수 있다는 것을 알 수 있다. 그림 14는 확장-평균치지정기법에 의한 제어 입력을 나타낸다.

표 2. 시뮬레이션 초기조건 및 유도탄 재원

	시나리오 1 (추력 비행 구간)	시나리오 2 (추력 소진 후 비행 구간)
Mach number (M)	0.6	6.0
bank angle (Γ, deg)	0	45
altitude (h, m)	500	20000
air density (ρ, kg/m3)	1.167	0.088
missile mass (m, kg)	384.7	168.7
moment of inertia (I_{yy},Kgm2)	692.3	491.3
thrust (T, N)	13800	0
reference length (C, m)	0.15	0.15
reference area (S, m2)	0.826	0.826
moment arm (m)	$l_{m,tvc}$: 2 (TVC)	$l_{m,sjt}$: 1.6 (SJT)

표 3. 제어수단 구동기 특성

제어수단	구동기 특성
공력제어	최대한계: ± 30(deg), 2차 동역학: $\zeta=0.7$, $\omega_n=150$
추력벡터제어	최대한계: ± 5.5(deg), 2차 동역학: $\zeta=0.7$, $\omega_n=50$
측추력제어	최대한계: $4700(N)/EA \times 10(EA)$, 연소시간: 30(ms)

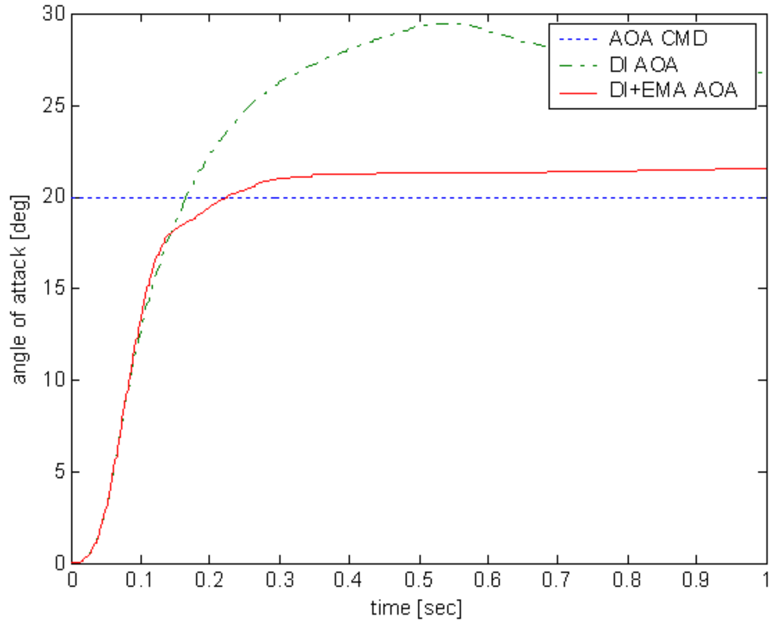

그림 7. 시나리오 1 : 받음각 출력

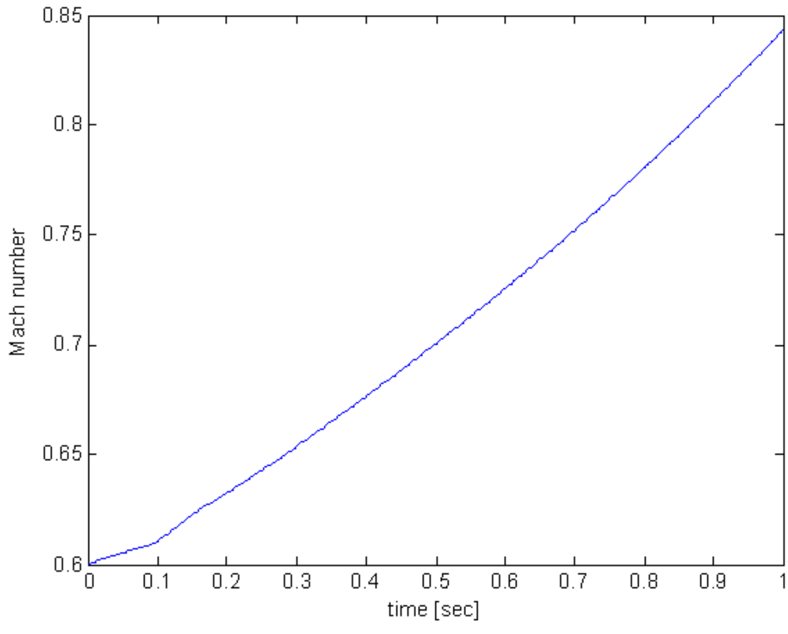

그림 8. 시나리오 1 : 마하수 변화 시간 추이

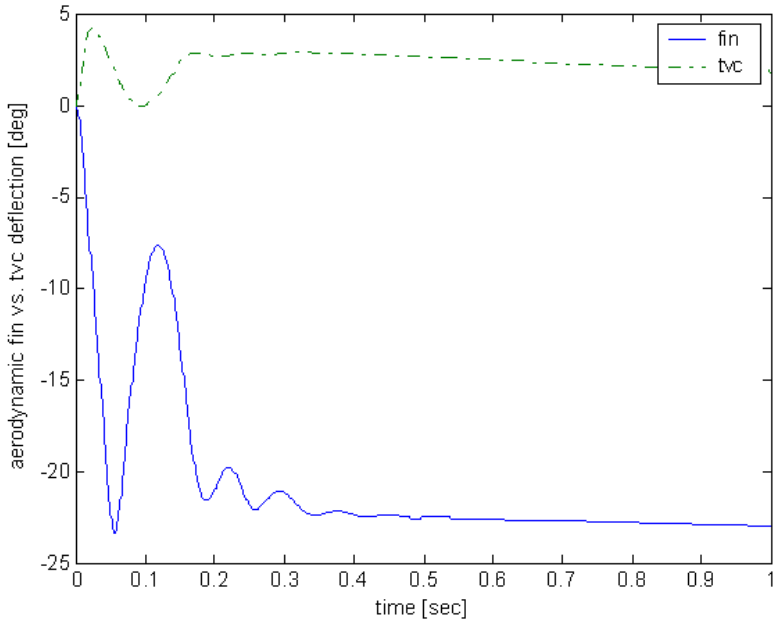

그림 9. 시나리오 1 : 배분된 공력제어 및 추력벡터제어의 변위

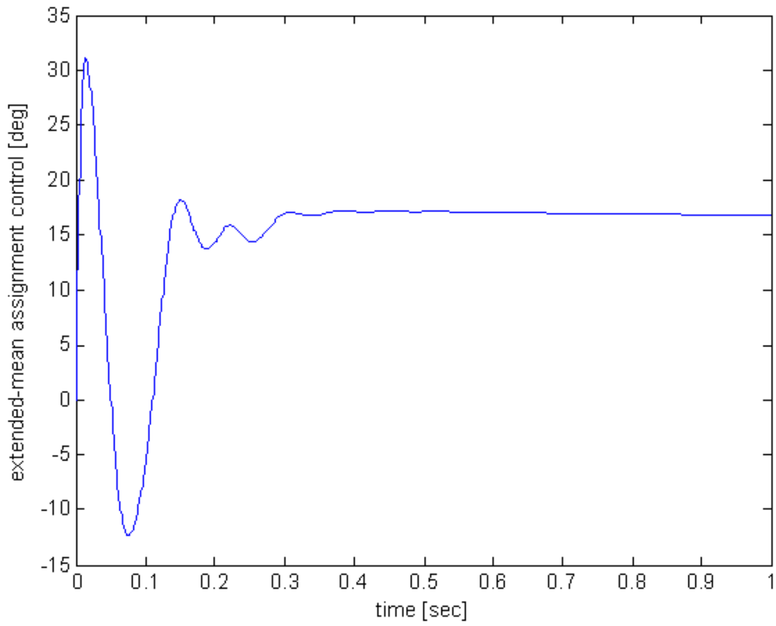

그림 10. 시나리오 1 : 확장-평균치지정기법에 의한 제어 입력

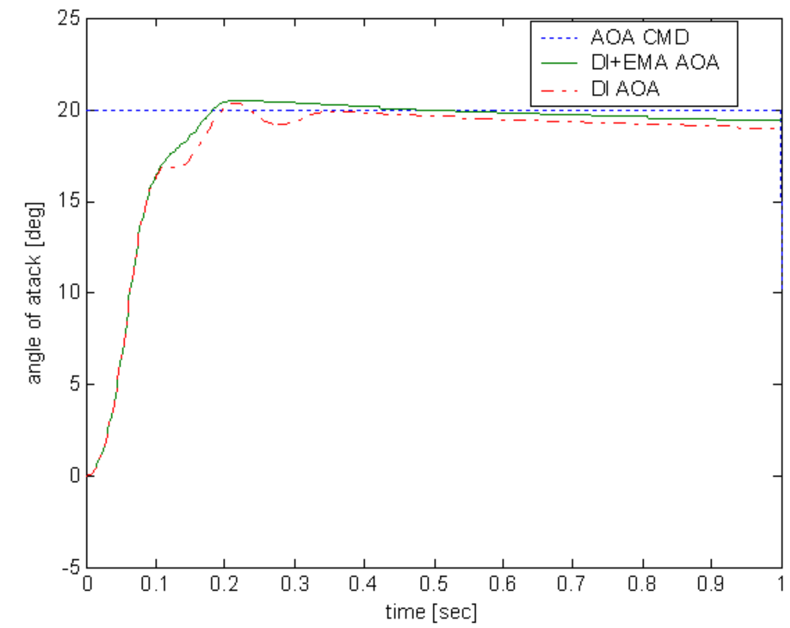

그림 11. 시나리오 2 : 받음각 출력

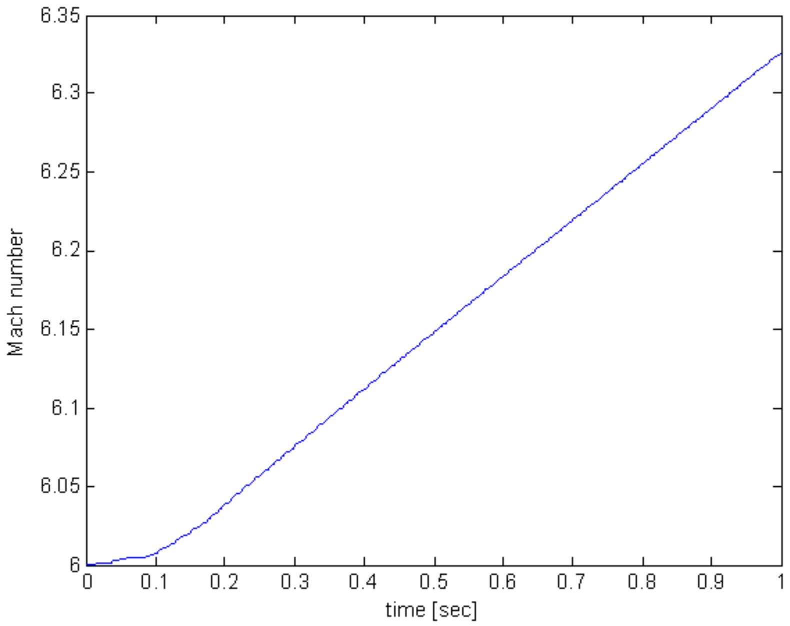

그림 12. 시나리오 2 : 마하수 변화 시간 추이

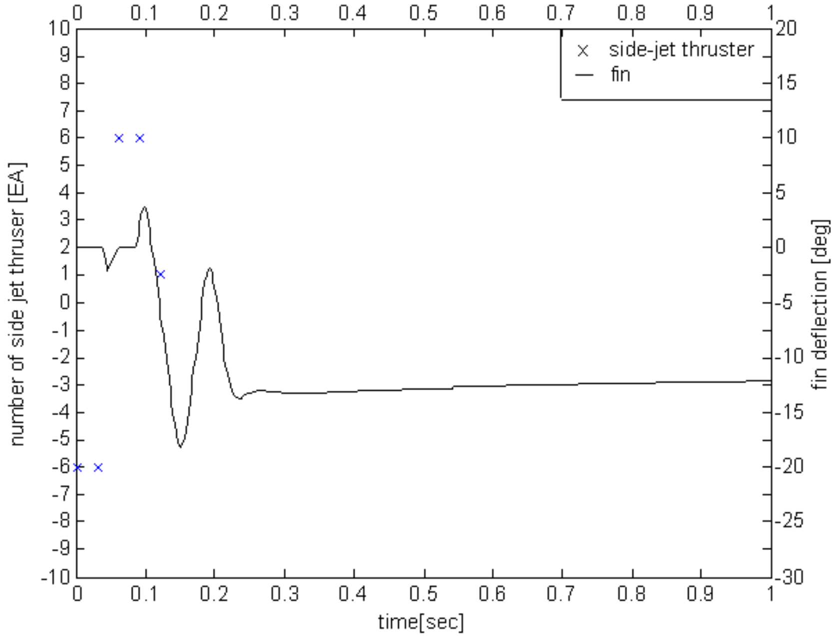

그림 13. 시나리오 1 : 배분된 공력제어 및 측추력제어의 변위

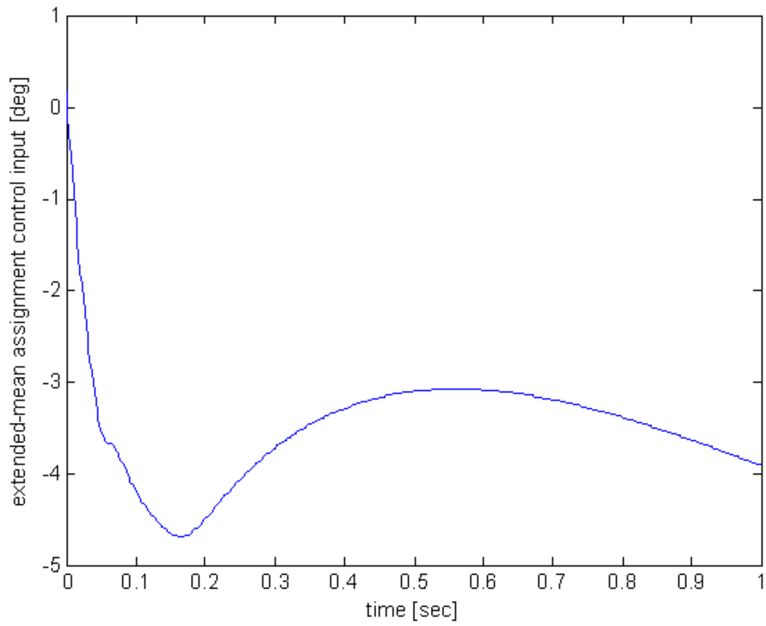

그림 14. 시나리오 2 : 확장-평균치지정기법에 의한 제어 입력

Ⅴ. 결론

본 논문에서는 공력제어, 추력벡터제어 및 측추력제어를 이용한 혼합제어를 위한 명령분배법칙을 역동역학 기법, 의사 제어 및 연쇄법칙을 이용하여 설계하였고, 강인한 비행제어 기법으로 확장-평균치지정기법을 적용하였다. 공력 데이터를 이용한 비선형 시뮬레이션을 통하여 분배되는 제어 명령이 적절함을 보였고, 공력제어에 시변 제어기법인 확장-평균치지정기법을 적용하여 성능 및 안정도-강인성을 높이도록 하였다. 본 논문에서 제시한 기법의 특징을 정리하면 다음과 같다. 첫째, 본 논문에서 제시한 제어명령분배법칙은 받음각 명령을 추종하기 위한 공력제어, 추력벡터제어, 측추력제어의 명령을 효과적으로 분배한다. 둘째, 기존 이득계획기법에서의 각 평형점에 대해 설계한 제어 이득의 이득계획(gain scheduling) 없이 넓은 범위의 받음각 영역에 대하여 좋은 추종 성능을 나타낸다. 셋째, 기존 역동역학기법의 불확실성에 대한 취약점을 본 논문의 시변 제어기법을 통해 극복하고, 불확실성에 대한 강인성을 높인다.

본 논문의 주요 결과는 이론적으로는 선형 시변 시스템의 해석 및 제어에 공헌할 것으로 판단되고, 산업 측면에서는 국내의 빈약한 항공기 및 유도탄의 비행제어 기법에 획기적으로 공헌할 것으로 기대한다.

참고문헌

[1] K. W. Wise, D. J. Broy, “Agile Missile Dynamics and Control,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 21, No. 3, pp. 441-449, 1998.

[2] C. Song, Y.-S. Kim, “Mixed Control with Aerodynamic Fin and Side Thruster Applied to Air Defense Missiles,” *Proceedings of the International Conference on Control, Automation, and Systems*, pp. 991-994, 2001.

[3] R. F. Wilson, J. R. Cloutier, and R. K. Yedavalli, “Control Design for Robust Eigenstructure Assignment in Linear Uncertain Systems,” *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 12, No. 5, pp. 29-34, 1992.

[4] R. T. Reichert, “Dynamic Scheduling of Modern-Robust-Control Autopilot Designs for Missiles,” *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 12, No. 5, pp. 35-24, 1992.

[5] J. S. Shamma, M. Athans, “Gain-Scheduling: Potential Hazards and Possible Remedies,” *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 12, No. 3, pp. 101-107, 1992.

[6] S. A. Snell, D. F. Enns, and W. L. Garrard, “Nonlinear Inversion Flight Control for a Supermaneuverable Aircraft,” *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 15, No. 4, pp. 976-984, 1992.

[7] D. F. Enns, D. Bugajski, R. Hendrick, and G. Stein, “Dynamic Inversion: An Evolving Methodology for Flight Control Design,” *International Journal of Control*, Vol. 59, No. 1, pp. 71-91, 1994.

[8] J. Reiner, G. J. Balas, and W. L. Garrard, “Robust Dynamic Inversion for Control of Highly Maneuverable Aircraft,” *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 18, No. 1, pp. 18-24, 1995.

[9] D. Ito, J. Georgie, J. Valasek, and D. T. Ward, *Re-Entry Vehicle Flight Controls Design Guidelines: Dynamic Inversion*, NASA Technical Report, 2001.

[10] J. Reiner, G. J. Balas, and W. L. Garrard, “Flight Control Design Using Robust Dynamic Inversion and Time-Scale Separation,” *Automatica*, Vol. 32, No. 11, pp. 1493-1504, 1996.

[11] C. Schumacher, P. P. Khargonekar, “Missile Autopilot Design Using H_∞ Control with Gain Scheduling and Dynamic Inversion,” *Journal of Guidance, Control, Dynamics*, Vol. 21, No.2, pp. 234-243, 1998.

[12] F. J. Lallman, *Preliminary Design Study of a Lateral-Directional Control System Using Thrust Vectoring*, NASA TM 86425, 1985.

[13] K. D. Hammett, W. C. Reigelsperger, and S. S. Banda, “High Angle of Attack Short Period Flight Control Design with Thrust Vecotring,” *Proceedings of the 1995 American Control Conference*, pp. 170-174, 1995.

[14] J.M. Berg, K. D. Hammett, C. A. Schwartz, and S. S. Banda, “An Analysis of the Destabilizing Effect of Daisy Chained Rate-Limited Actuators,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 4, No. 2, pp. 171-176, 1996.

[15] J. M. Buffington, D. F. Enns, “Lyapunov Stability Analysis of Daisy Chain Control Allocation,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 19, No. 6, pp. 1266-1230,1996.

[16] J. J. Zhu, C. D. Johnson, “Unified Canonical Forms for Matrices over a Differential Ring,” *Linear Algebra and Its Application*, Vol. 147, pp. 201-248, 1991.

[17] J. W. Choi, H. C. Lee, and J. J. Zhu, “Decoupling and Tracking Control Using Eigenstructure Assignment for Linear Time-Varying Systems,” *International Journal of Control,* Vol. 74, No. 5, pp. 453-464, 2001.

[18] 최재원, 이호철, “미분 Sylvester 방정식을 이용한 선형 시변 시스템의 고유구조 지정기법,” *제어·자동화·시스템공학 논문지*, 제5권, 제7호, pp. 777-786, 1999.

[19] 이호철, 최재원, “선형 시변 시스템의 고유치 지정을 위한 Ackermann형 공식,” *제어·자동화·시스템공학 논문지*, 제9권, 제3호, pp. 186-195, 2003.

[20] J. J. Zhu, M. C. Mickle, “Missile Autopilot Design Using a New Linear Time-Varying Control Technique,” Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 20, No. 1, pp. 150-157, 1997.

[21] L. M. Silverman, “Transformation of Time-Variable Systems to Canonical (Phase- Variable) Form,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 11, No. 2, pp. 300-303, 1966.